

Epreuve de Mathématiques Générales

Durée : 2 Heures

Filière : Licence 1 CBG

Exercice 1

On considère le sous-ensemble F et le sous-espace vectoriel G de l'espace vectoriel \mathbb{R}^3 donnés par $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, 2x - y + 3z = 0\}$ et $G = Vect\{(3, 1, 0), (-2, 0, 1)\}$.

1. Déterminer la dimension de G .
2. A-t-on $u = (-4, 2, 5) \in G$?
3. Montrer que F est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 dont on donnera une base et la dimension.
4. (a) Donner une base et la dimension de l'espace vectoriel $F \cap G$.
(b) Déduire la dimension de l'espace vectoriel $F + G$.

Exercice 2

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & 3 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ et $B = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 11 & -3 & 1 \\ 9 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer le déterminant de chacune des matrices A et B .
2. (a) Calculer les produits AB et BA .
(b) Que peut-on dire alors de A et B ? Justifier votre réponse.

Exercice 3

Pour la fête des mères, trois amis Carmel, Lucas et Florian se rendent chez une fleuriste pour composer un bouquet de fleurs.

- Le bouquet de Carmel est composé de 2 roses rouges, 4 roses blanches et 1 rose verte et il a payé 24 euros.
- Le bouquet de Lucas est composé de 2 roses rouges, 5 roses blanches et 1 rose verte et il a payé 27 euros.
- Le bouquet de Florian est composé de 1 rose rouge, 2 roses blanches et 1 rose verte et il a payé 13 euros.

On désigne par x , y et z le prix en euros d'une unité de rose rouge, d'une unité de rose blanche et d'une unité de rose verte respectivement.

1. Montrer que x , y et z vérifient le système (S) suivant, $(S) : \begin{cases} 2x + 4y + z = 24 \\ 2x + 5y + z = 27 \\ x + 2y + z = 13 \end{cases}$
2. Donner une écriture matricielle de (S) .
3. (a) Montre que (S) est un système de Cramer puis résouds-le par la méthode matricielle.
(b) Déduire le prix (en euros) de chaque rose.

BONNE CHANCE