Université d'Abomey-Calavi (UAC)
Faculté des Sciences et Technique (FAST)
Département de Mathématiques

Année Académique 2019-2020
Session Normale
Février 2020

EPREUVE DE MATHEMATIQUES GENERALES

Durée : 2 Heures **Filière : Licence 1 CBG**

Exercice 1

On considère le système (S), d'inconnues x, y, z et t, suivant :

$$(S)\quad \begin{cases} y + z + t = -1 \\ x + z + t = 1 \\ x + y + t = -1 \\ x + y + z = 1, \end{cases}$$

les matrices suivantes :

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ G = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \text{ et on pose } H = \frac{1}{3}G.$$

1. a- Calculer FG et GF.
   b- En déduire que F est inversible et que H est l'inverse de F.
2. a- Donner une écriture matricielle du système (S).
   b- Résoudre dans $\mathbb{R}^4$, par la méthode matricielle, le système (S).

Exercice 2

On se propose de résoudre sur $]0;+\infty[$ l'équation différentielle (E) suivant :

$$(E) : xy' - (x+1)y = -(x^2+1)e^x$$

et on considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = (\alpha x^2 + \beta)e^x$ où $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$.

3. a- Démontrer que f est une solution de (E) si et seulement si $\begin{cases} \alpha + 1 = 0 \\ \beta - 1 = 0 \end{cases}$.
   b- En déduire les valeurs de α et β pour que f soit une solution de (E).
4. a- Résoudre l'équation homogène (E_H) associée à l'équation différentielle (E).
   b- En déduire la solution générale de l'équation différentielle (E).
5. Déterminer la solution de l'équation différentielle (E) qui s'annule en 2.

BONNE CHANCE