Université d'Abomey Calavi (UAC)

Faculté des Sciences et Techniques (FAST)

Examen de Méthodes Statistiques d'Analyse de données

L_1 MIA Promotion 2019-2020 Durée : 3 heures

Exercice 1

Soit la fonction numérique d'une variable réelle $\varphi : x \in \mathbb{R} \longrightarrow \varphi(x) = \frac{1}{2}\ln(x-130)$. Soit X une variable statistique désignant les chiffres d'affaires d'une compagnie et dont une distribution de fréquences est dans le tableau statistique suivant :

x_i	$[134, 144[$	$[144, 154[$	$[154, 164[$	$[164, 174[$	$[174, 184[$
n_i	10	20	12	6	2

1. *Étudier les variations de la fonction φ. En déduire que la φ-moyenne $\overline{X}_\varphi$ de X existe.*

2. *Démontrer, sans calculer $\overline{X}_\varphi$, que $\overline{X}_\varphi \leqslant \overline{X}$.*

3. *On suppose constants les chiffres d'affaires publiés et placés en bourse. On désigne par $Y = \varphi(X)$ la variable désignant les intérêts générés*

   (a) *Déterminer $\overline{Y}$.*

   (b) *En déduire la φ-moyenne $\overline{X}_\varphi$ de X.*

4. (a) *Déterminer la médiane et la médiale de cette distribution de X.*

   (b) *En déduire l'indice de concentration de la distribution X.*

Exercice 2

On observe les arrivées des clients à un bureau de notaire pendant un intervalle de temps (15 minutes). En répétant 100 fois cette observation, on obtient les résultats suivants :

Nombres d'arrivées (x_i)	10	20	30	40	50	60
Nombres d'observations (n_i)	15	25	26	20	7	7

1. *Représenter graphiquement ces résultats à l'aide d'un diagramme en bâtons, puis construire sur le même graphique le polygône de fréquences.*
2. *Déterminer le(s) mode(s) et la(es) médiane(s) de cette distribution. La distribution est-elle unimodale?*
3. (a) *Calculer le premier et le troisième quartiles.*
   (b) *Calculer le coefficient d'asymétrie de Fisher. Que conclure sur l'asymétrie de la distribution?*
   (c) *Construire la boite à moustache de cette disrtibution. Confirme/infirme-t-elle votre conclusion sur l'asymétrie?*
4. *Calculer la moyenne arithmétique, la moyenne géométrique, la moyenne quadratique et la moyenne harmonique. Comparer les valeurs de ces moyennes.*

Exercice 3

Pendant un contrôle de routine de leur équipement, l'équipe technique d'une usine metallurgique se rend dans l'atelier de fabrication des écrous , elle mesure les diamètres (en mm) de chaque écrou d'un échantillon de 300 écrous prélevés au hasard. Les données recueillies sont traitées et regroupées en classe. On note $(x_i)_{1\leq i\leq 10}$ les classes de diamètres et n_i le nombre d'écrous dans la classe N°i. Le tableau statistique obtenu a été endommagé et après beaucoup d'éffort on a récupère ce qui suit :

x_i	[40,44[	[44,48[	[48,52[	[52,56[	[56,60[	[60,64[	[64,68[	[68,72[	[72,76[	[76,80[
n_i	6	13	32			50		26		
N_i^{cc}				92		202				300
N_i^{cd}	300		281			148	98	46		6

où N_i^{cc} (resp. N_i^{cd}) désigne l'effectif cumulé croissant (resp. décroissant) de la classe x_i. Dans le souci de reconstituer quelques informations au sujet des équipements dans cet atelier, il est question de poursuivre sur la base de ces données l'étude statistique entreprise.

Soit X la variable statistique associée à cette étude.

1. Recopier et compléter le tableau statistique de cette série.

2. Déterminer par la formule de calcul direct le mode de la série.

3. Quel est le diamètre qui subdivise la série en deux sous séries de même effectif?

4. En supposant que le nombre d'écrous dans chaque classe se concentre au centre de la classe.

   (a) quel diamètre espère-t-on avoir pour un écrou pris au hasard dans cet échantillon?

   (b) quel est l'écart-type σ_X de cette série?

   (c) quelle est la proportion des écrous dont le diamètre appartient à $[\bar{X} - \sigma_X, \bar{X} + \sigma_X]$

5. Quel est le diamètre d'écron qui est dépassé par 12% des autres diamètres?

6. Un écrou est susceptible d'être vendu si son diamètre est compris entre 45mm et 75mm. Combien décrous pourront être vendus sur l'échantillon de 300 écrous étudiés?