

Examen d'Outils Mathématiques pour la Physique (OMP)
Durée: 2 heures

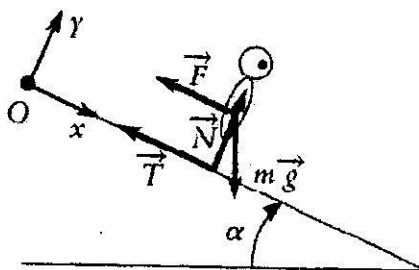
Questions de cours

1. Soit: $P = k \times \frac{M^a F^b}{T^c}$ où M est une masse, F une force, T une durée, P une puissance et k un facteur sans unité. Trouvez la valeur des exposants a , b , et c de manière à conserver l'homogénéité dimensionnelle en respectant les unités du Système International (SI).
2. Convertir le vecteur $\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}$ des coordonnées cartésiennes en coordonnées cylindriques $(\vec{U}_\rho, \vec{U}_\theta, \vec{k})$.

Problème

Les forces exercées sur un skieur qui descend une piste selon la ligne de plus grande pente, faisant l'angle α avec l'horizontale sont présentées sur la figures ci-dessous. L'air exerce une force de frottement supposée de la forme $\vec{F} = -\lambda \vec{v}$, où λ est un coefficient constant positif et \vec{v} la vitesse du skieur. On note \vec{T} et \vec{N} les composantes tangentielle et normale de la force de frottement exercée par la neige et f le coefficient de frottement solide tel que $T = fN$. On choisit comme origine de l'axe (Ox) de la ligne de plus grande pente la position initiale du skieur, supposé partir à l'instant initial avec une vitesse négligeable. On note (Oy) la normale à la piste dirigée vers le haut.

La relation fondamentale de la dynamique appliquée aux forces qui s'exercent sur le skieur est projetée dans les directions (ox) et (oy) , on a: $m\ddot{x} = -T - \lambda\dot{x} + mg \sin \alpha$ et $m\ddot{y} = 0 = N - mg \cos \alpha$



1. Calculer T et N
2. Calculer la vitesse $v = \dot{x}$ et la position x du skieur à chaque instant.
3. (a) Déterminer la vitesse limite atteinte par le skieur lorsque le mouvement perdure et calculer v en fonction de v_l .
(b) Calculer v_l pour $g = 10m.s^{-2}$, $f = 0,9$, $m = 80kg$, $\alpha = 45^\circ$ et $\lambda = 1$ S.I.
4. Calculer littéralement et numériquement la date t_1 où le skieur a une vitesse égale à $\frac{v_l}{2}$.