Département de Physique, FAST-UAC
L_1 MIA et PC

2019-2020
Durée : 02h

Examen d' OMP

Cours

Calculer l'intégrale double :

$$\iint_A (x^2 - y^2)dxdy \tag{1}$$

sur le disque elliptique d'équation $A : \{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\}$

Exercice 1

Soit l'équation différentielle (E) :

$$y' + y = x - 1 \tag{2}$$

1. Calculer $\int_1^x e^t(t-1)dt$
2. Soit z une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, on pose $f(x) = z(x)e^{-x}$. Montrer que f est solution de (E) si, et seulement si, pour tout x réel, $z'(x) = e^x(x-1)$
3. A l'aide de la première question, déterminer toutes les fonctions z vérifiant $z'(x) = e^x(x-1)$.
4. Déduire toutes les solutions de (E). Déterminer la solution correspondante à $z(1) = 0$.

Exercice 2

Un condensateur de capacité C_1, initialement neutre est chargé sous une tension donnée puis isolé. A la fin de l'opération, il porte une charge totale Q_o. On le décharge dans un condensateur C_2 à travers une résistance R. La charge q_1 portée par C_1 à tout instant t au cours de la décharge vérifie l'équation différentielle :

$$R\frac{dq_1}{dt} + (\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2})q_1 = \frac{Q_o}{C_2} \tag{3}$$

1. Résoudre cette équation pour $q_1(0) = Q_o$.
2. Trouver l'intensité du courant débité par ce condensateur.

Le courant électrique $i(t)$ dans un circuit $(\mathbf{L}, C_1)$, lorsqu'il est soumis à une tension sinusoïdale vérifie l'équation suivante :

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{i}{C_1} = U_0\omega\cos\omega t \tag{4}$$

Déterminer $i(t)$ si $i(0) = 0$ et $\frac{di}{dt}(0) = 0$