

# Haute Ecole Régionale de Commerce International Université d'Abomey-Calavi

Licence-1  
Examen de mathématiques appliquées  
Durée: 02 heures

## Exercice 1

Un fabricant de pièces métalliques réalise une production annuelle  $q$  pour un coût total de:

$$C(q) = q^3 - 8q \ln q - 8q, \quad q \in [1, 5]$$

où  $q$  est en milliers d'unités,  $C(q)$  en milliers d'unités monétaires et  $\ln$  désigne le logarithme népérien.

- 1) Calculer, en fonction de  $q$ , le coût marginal  $C'(q)$  et le coût unitaire moyen  $C_M(q)$ , où  $C'$  est la dérivée première de  $C$ .
- 2) Pour quelle quantité  $q_0$  le coût unitaire moyen est-il minimal ? Comparer dans ces conditions,  $C_M(q_0)$  et  $C'(q_0)$ .
- 3) On suppose cette entreprise en concurrence parfaite, le prix du marché étant  $p = 100$  par unité vendue.

3.1) Montrer que le bénéfice s'exprime par

$$B(q) = q[p - C_M(q)]$$

3.2) Déterminer  $B'(q)$ , où  $B'$  est la dérivée première de  $B$ .

3.3) Soit  $g$  la fonction définie sur  $[1, 5]$  par  $g(q) = B'(q)$ .

Etablir le tableau de variation de  $g$  et en déduire le signe de  $B'(q)$ .

3.4) Dresser le tableau de variation de  $B$  et en déduire le bénéfice maximal de  $B$ .

## Exercice 2

Soit  $f$  la fonction de la variable réelle  $x$  définie par

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$$

1. Indiquer le domaine de définition  $D$  de  $f$  et calculer les limites aux bornes de  $D$ .
2. Trouver la dérivée première de  $f$  et préciser le signe de cette dernière.
3. Montrer que la fonction  $f$  est une bijection sur  $D$ .
4. Déterminer l'image de  $D$  par la fonction  $f$ .
5. Trouver la fonction réciproque  $f^{-1}$  de la fonction  $f$ .