

Evaluation de Mathématiques : Algèbre

Exercice 1

1-On considère le système

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ 2x + y + 3z = b \\ x - y + 2z = c \end{cases} \quad \text{où } x, y, z, a, b \text{ et } c \text{ sont des nombres réels.}$$

Exprimer les nombres réels x, y et z en fonction de a, b et c

2) On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

2.1-Montrer que la matrice A est inversible et donner l'expression de A^{-1}

2.2-Calculer $Tr(A)$ et $Tr(A^{-1})$

Exercice 2

Considérons dans \mathbb{R}^3 les vecteurs définis par

$$U(a) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ a \end{pmatrix} \quad V(a) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2a \\ 0 \end{pmatrix} \quad W(a) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{où } a \text{ est un paramètre réel.}$$

1-Pour quelles valeurs du réel a , la matrice B formée par ces vecteurs $U(a), V(a), W(a)$ a-t-elle un déterminant non nul ?

2- Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ Montrer que A est une matrice inversible.

3-En déduire que le système suivant admet une solution unique que l'on précisera :

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ x + 2y = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

BONNE CHANCE !