

Université d'Abomey-Calavi

N° d'ordre : 112



École Doctorale des Sciences de l'Ingénieur (ED-SDI)

Thèse de Doctorat

Présentée pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Université d'Abomey-Calavi

Spécialité: Génie Énergétique et Environnement

**Modélisation numérique de la convection naturelle
magnétohydrodynamique dans une cavité poreuse
anisotrope chauffée par les côtés.**

Présentée par :

Victor LANGANFIN GLELE

Ingénieur de Conception en Electromécanique & DEA en Génie Electrique

Soutenue publiquement le 07/10/2022

Président :	Mr Mohamed GIBIGAYE,	Professeur Titulaire,	Université d'Abomey-Calavi (Bénin)
Rapporteurs :	Mr Dorothé AZILINON,	Professeur Titulaire,	Université de CHEIKH ANTA DIOP de Dakar (Sénégal)
	Mr Kossi NAPO,	Professeur Titulaire,	Université de Lomé (Togo)
	Mr Macaire AGBOMAHENA,	Maître de Conférences,	Université d'Abomey-Calavi (Bénin)
Examineurs :	Mr Comlan Aristide HOUNGAN,	Professeur Titulaire,	Université Nationale des Sciences, Technologies, Ingénierie et Mathématiques (Bénin)
Directeur de thèse :	Mr Christian AKOWANOU,	Maître de Conférences,	Université Nationale des Sciences, Technologies, Ingénierie et Mathématiques (Bénin)
Encadreur :	Mr Richard Gilles AGBOKPANZO	Maître de Conférences,	Université Nationale des Sciences, Technologies, Ingénierie et Mathématiques (Bénin)
Invité :	Mr Edmond VODOUNNOU	Maître Assistant,	Université d'Abomey-Calavi (Bénin)

Version de soutenance

Dédicace

- à mon feu père Joseph LANGANFIN GLELE et à ma feu mère Lucie Anita Lokossi PADONOU qui se sont sacrifiés avec amour et endurance pour assurer un bel avenir à leurs enfants ;
- au feu Professeur Gérard DEGAN, mon Directeur de thèse, je ne t'oublierai jamais, merci d'avoir été pour moi le Guide Scientifique que tu as été.
- à tous les membres de ma famille en général et à mon frère Léon GLELE LANGANFIN, Commandant de Brigade de la Gendarmerie à la retraite en particulier pour leur soutien et leurs encouragements qui m'ont permis de finaliser ce travail ;
- à ma chère épouse Evelyne S. GOUNOU et à mes enfants Nina Murièle, Max Aurel, Charbel Sêwêdo Ulrich et Cyr Avicenne Enzo pour leurs soutiens moraux. Que ce travail soit pour eux la preuve de mon attachement et de mon affection ;
- à tous les membres de ma belle-famille GOUNOU. Votre présence et vos soutiens de tous les instants me sont d'un appui et d'un secours inestimables.

Remerciements

Le **remerciement infini** revient avant tout à **Dieu**, le Tout Puissant, qui m'a comblé des bienfaits de la Science.

Je tiens ensuite à remercier feu le **Professeur Gérard DEGAN**, mon Directeur de Thèse qui, malheureusement, n'est plus. Malgré ses multiples occupations, il a généreusement accepté d'encadrer cette thèse ;

Cette thèse n'aurait pas vu le jour sans le sens large de responsabilité et l'esprit d'équipe des **Professeurs Antoine VIANOU, Mohamed GIBIGAYE et Victor GBAGUIDI** que je remercie vivement tout en leur exprimant ma profonde reconnaissance de m'avoir encouragé et soutenu durant la période de la thèse ;

J'adresse mes sincères remerciements à mon **nouveau Directeur de thèse** le Docteur (MC) **Christian Djidjoho AKOWANOU** pour m'avoir encouragé, guidé et assuré avec une grande compétence la direction de cette thèse ;

Je suis très sensible au plaisir que m'ont fait les **éminents membres du jury**, en acceptant, malgré leurs nombreuses charges, de participer à ce jury, pour juger et apporter leurs critiques sur ce travail en vue de son amélioration ;

J'adresse particulièrement mes sincères remerciements au Professeur **Dorothé Barthélémy AZILINON**, au Professeur **Kossi NAPO** et au Docteur (MC) **Bienvenu Macaire AGBOMAHENA** pour l'intérêt qu'ils ont manifesté à l'égard de ce travail en acceptant d'en être les rapporteurs ;

Mes plus vifs remerciements vont au Docteur (MC) **Richard Gilles AGBOKPANZO** pour son soutien inconditionnel dans tout ce que j'ai

entrepris. Vous m'avez toujours fait confiance et vous avez su diriger mon travail avec une grande compétence. Je tiens à vous remercier tout particulièrement pour votre suivi assidu de mon travail. Je vous exprime également toute ma gratitude pour votre aide considérable lors de la rédaction de mon manuscrit de thèse ;

Je tiens à remercier très chaleureusement le Docteur (MC) **François Xavier FIFATIN**, le Docteur **Edmond VODOUNNOU**, le Docteur **Arthur SANYA** et le Docteur **Dourodjayé Pierre AGUEMON** qui ont fait preuve d'une entière disponibilité pendant toute la durée de ce travail et qui m'ont permis de réaliser mon travail de thèse dans un climat chaleureux ;

Mes remerciements vont ensuite :

- aux **enseignants de l'EPAC/UAC et de l'ED-SDI/UAC** pour l'enseignement de qualité dont ils nous ont gratifiés ;
- à Monsieur **Camille KPOGBEMABOU**, Ancien Directeur Général de la SBEE ;
- à Monsieur **Constant HOUNDENOU**, Professeur Titulaire des Universités pour ses précieux conseils ;
- à Madame **Célestine C. ADJANOHOUN**, Ancienne Directrice Générale de la SBEE, Ancien Maire de Ouidah, pour son souci permanent de me voir réussir et pour ses actions d'encouragement au travail bien fait ;
- à tous mes amis en général et aux Messieurs **Sédar Mohamed EGNONSE**, Ingénieur en Réseaux et Télécommunications, **Olouwa Fèmi DIMON**, Ingénieur de conception en Génie Electrique ;
- à tout le personnel de la SBEE pour son aide et son soutien ;
- au personnel de l'administration de l'EPAC et de l'ED-SDI.

Je tiens enfin à témoigner ma sincère reconnaissance à tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à la réalisation de ce travail.

Résumé

Le présent travail est consacré à la modélisation numérique de la convection naturelle magnétohydrodynamique dans un milieu poreux anisotrope confiné dans une cavité horizontale chauffée par les côtés.

Le milieu poreux, de grande extension est chauffé isothermiquement par les côtés tandis que ses parois horizontales sont thermiquement conductrices et isolées. Les axes du tenseur de perméabilité sont orientés obliquement par rapport au champ gravitationnel. Les équations de base décrivant la convection naturelle au sein de la cavité, ont été discrétisées par la méthode des différences finies et résolues numériquement par un algorithme élaboré à cet effet. Les paramètres de base gouvernant ce problème sont le nombre de Rayleigh, le nombre de Darcy, le nombre de Hartmann, le rapport de forme de la cavité, l'angle d'inclinaison des axes principaux, et le rapport d'anisotropie en perméabilité. L'adimensionnalisation des paramètres nous a permis de déterminer les champs de vitesse, de courant, de température et le taux de transfert de chaleur.

Notre procédure de simulation a été validée en comparant les résultats obtenus à ceux d'autres travaux discutés dans la littérature. A cette étape, nous constatons que les paramètres d'anisotropie ont un grand impact sur l'écoulement convectif. La présence d'un champ magnétique diminue de façon significative la vitesse de l'écoulement, et impacte par conséquent le champ de température et le taux de transfert de chaleur.

Mots clés : Modélisation, convection naturelle magnétohydrodynamique, champ magnétique, cavité poreuse, anisotropie.

Abstract

The present work is devoted to the modeling of magnetohydrodynamic natural convection in a porous anisotropic medium confined in a horizontal cavity heated by the sides. The porous cavity filled with a porous medium is heated isothermally by the sides and its horizontal walls are thermally insulated or conducted. The principal directions of the permeability are oriented in a direction that is oblique to the gravity. The basic equations describing the natural convection in the cavity were discretized by the finite difference method and solved numerically by an algorithm developed for this purpose. The basic parameters governing this problem are the Rayleigh number, the Darcy number, the Hartmann number, the aspect ratio, the inclination angle of the main axes, and the permeability anisotropy ratio. Based on scale analysis, solutions for the flow field, current distribution, temperature distribution, and Nusselt number are obtained. Our procedure of numerical simulation was validated by comparing our results with those of other authors. It is found that, current, temperature and velocity fields are significantly modified, when applying the magnetic field. Also, the effects of anisotropic parameters on the heat transfer are strongly significant.

Key words: Modelization, natural magnetohydrodynamic convection, magnetic field, Porous cavity, anisotropy.

Nomenclature

Lettres latines

Symboles	Définitions	Unités
H'	hauteur de la cavité	[m]
L'	largeur de la cavité	[m]
A	rapport de forme de la cavité,	[-]
a, b, c, d, e	constantes du système d'équations gouvernantes	[-]
f, g, h, l, m,	constantes du système d'équations gouvernantes discrétisé	[-]
p, q, s		
C_p	chaleur spécifique à pression constante	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
Da	nombre de Darcy	[-]
g	accélération de pesanteur	[m.s ⁻²]
Ha	nombre de Hartmann	[-]
$i_{\max} + 2$	nombre de sous-domaines dans la direction horizontale	[-]
$j_{\max} + 2$	nombre de sous-domaines dans la direction verticale	[-]
k	conductivité thermique	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
K	tenseur de perméabilité	[-]
K_1, K_2	perméabilités suivant les axes principaux	[m ²]
K^*	rapport des perméabilités	[-]
Nu	nombre de Nusselt	[-]
Ra	nombre de Rayleigh	[-]
T	température adimensionnelle	[-]
T'_1	température dimensionnelle à la paroi froide	[K]
T'_2	température dimensionnelle à la paroi chaude	[K]
$\Delta T'$	différence de température pariétale dimensionnelle ($T'_2 - T'_1$)	[K]
Ox', Oy'	axes de coordonnées cartésiennes	[-]
p'	pression	[Pa]
dx	dimension d'un sous-domaine dans la direction horizontale	[-]
dy	dimension d'un sous-domaine dans la direction verticale	[-]
t	temps	[s]
x'_r, y'_r	coordonnées cartésiennes correspondant aux axes principaux	[-]
x, y	coordonnées cartésiennes dimensionnelles	[-]
u'_r, v'_r	vitesses relatives selon les directions x'_r et y'_r respectivement	[m/s]
u, v	vitesses adimensionnelles dans les directions Ox et Oy	[m/s]
U	vitesse horizontale adimensionnelle	[-]
V	vitesse verticale adimensionnelle	[-]
\vec{B}	Vecteur champ magnétique	[T]

Lettres grecques

Symboles	Définitions	Unités
α	diffusivité thermique	$[m^2.s^{-1}]$
σ	rapport des capacités calorifiques	$[-]$
β	coefficient d'expansion thermique du fluide	$[K^{-1}]$
δ	angle d'inclinaison du champ magnétique	$[^\circ]$
λ	viscosité relative	
γ	conductivité électrique du fluide	
θ	angle d'orientation des directions principales de tenseur de perméabilité	$[^\circ]$
φ	valeur générale dépendante	$[-]$
μ	viscosité dynamique du fluide	$[kg.m^{-1}.s^{-1}]$
μ_{eff}	viscosité dynamique apparente pour le modèle Brinkman	$[kg.m^{-1}.s^{-1}]$
ρ	masse volumique du fluide	$[kg.m^{-3}]$
ν	viscosité cinématique du fluide	$[m^2.s^{-1}]$
$(\rho_r C_p)_m$	capacité calorifique du milieu poreux	$[J. kg^{-1}. K^{-1}]$
$(\rho_r C_p)_f$	capacité calorifique du fluide	$[J. kg^{-1}. K^{-1}]$
ψ	fonction de courant adimensionnelle	$[-]$

Vecteurs

g	accélération de pesanteur	$[m.s^{-2}]$
B	champ magnétique transversal	$[T]$
J'_r	densité du courant principale	$[A m^{-2}]$
J'	densité du courant	$[A m^{-2}]$

Opérateurs mathématiques

∇	vecteur nabla
∂	dérivée partielle

Indices et exposant

i	indice d'un point de maillage suivant x
j	indice d'un point de maillage suivant y
n	relatif à la nième itération
$n+1$	relatif à la nième+1 itération
$'$	relatif aux variables dimensionnelles

Autres

$\{ \}$	représentation vectorielle
$[]$	représentation matricielle

Liste des figures

Figure 2. 1 : définition du modèle physique	20
Figure 2. 2 : schéma de distribution de la température pour des axes positionnés aux bords de la cavité.....	31
Figure 2. 3 : schéma de distribution de la température pour des axes positionnés au centre de la cavité.....	33
Figure 2. 4 : description des conditions aux limites.....	36
Figure 3. 1 : maillage régulier unidimensionnel.....	39
Figure 3. 2 : stockage des variables	41
Figure 3. 3 : domaine de calcul avec des mailles fantômes	41
Figure 3. 4 : schéma de résolution numérique.....	47
Figure 3. 5 : schéma illustrant la méthode des éléments fini.....	49
Figure 3. 6 : algorithme de résolution	50
Figure 4. 1: influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 2.5	53
Figure 4. 2: influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 1	54
Figure 4. 3 : influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 0.5	55
Figure 4. 4 : influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 0,3	56
Figure 4. 5 : taux de transfert de chaleur pour différentes valeurs de K^* en fonction de Ha pour le présent travail et celui de Akowanou et Degan [2]	57
Figure 4. 6 : taux de transfert de chaleur pour différentes valeurs de Ra en fonction de Ha pour le présent et celui de Akowanou et Degan [2].....	58
Figure 4. 7 : taux de transfert de chaleur pour différentes valeurs de Ha en fonction de Ra pour le présent et celui de Akowanou et Degan [2].....	59
Figure 4. 8 : vitesse relative à l'axe horizontal pour $\delta=45^\circ$	60
Figure 4. 9 : vitesse relative à l'axe vertical pour $\delta=45^\circ$	61
Figure 4. 10 : vitesse relative à l'axe horizontal pour $\delta=60^\circ$	61
Figure 4. 11 : vitesse relative à l'axe vertical pour $\delta=60^\circ$	62
Figure 4. 12 : vitesse relative à l'axe horizontal pour $\delta=90^\circ$	62
Figure 4. 13 : vitesse relative à l'axe vertical pour $\delta=90^\circ$	63
Figure 4. 14 : influence de δ sur le taux de transfert de chaleur.....	64
Figure 4. 15 : vitesse relative à l'axe horizontal pour $Ha=1$	65
Figure 4. 16 : vitesse relative à l'axe vertical pour $Ha=1$	65
Figure 4. 17 : vitesse relative à l'axe horizontal pour $Ha=2$	66
Figure 4. 18 : vitesse relative à l'axe vertical pour $Ha=2$	66
Figure 4. 19 : vitesse relative à l'axe horizontal pour $Ha=3$	67
Figure 4. 20 : vitesse relative à l'axe vertical pour $Ha=3$	67
Figure 4. 21 : vitesse relative à l'axe horizontal pour $Ha=7$	68
Figure 4. 22 : vitesse relative à l'axe vertical pour $Ha=7$	68
Figure 4. 23 : lignes de courant pour $Ha=1$	69
Figure 4. 24 : lignes de courant pour $Ha=2$	70
Figure 4. 25 : lignes de courant pour $Ha=3$	70
Figure 4. 26 : lignes de courant pour $Ha=7$	71
Figure 4. 27 : lignes de température pour différentes valeurs de Ha inférieures à 1 ($Ha = 0.5$ et $Ha = 0.25$)	72
Figure 4. 28 : lignes de température pour $Ha=1$	72
Figure 4. 29 : lignes de température pour $Ha=3$	73
Figure 4. 30 : lignes de température pour $Ha=7$	73

Figure 4. 31 : lignes de température pour différentes valeurs de Ha supérieures ou égales à 10 ($Ha = 10$ et $Ha = 15$).....	74
Figure 4. 32 : variation du taux de transfert de chaleur en fonction de Ha pour différentes valeurs de Ra	75
Figure 4. 33: variation du taux de transfert de chaleur en fonction de Ra pour différentes valeurs de Ha	76
Figure 4. 34 : variation du taux de transfert de chaleur en fonction de Da pour différentes valeurs de θ	77
Figure 4. 35 : variation du taux de transfert de chaleur en fonction de Ha pour différentes valeurs de K^*	79

Liste des tableaux

Tableau 2. 1 : forme générale de la distribution de la température lorsque les axes sont positionnés aux bords de la cavité.....	32
Tableau 2. 2 : température aux limites lorsque les axes sont positionnés aux bords de la cavité	32
Tableau 2. 3 : forme générale de la distribution de température lorsque les axes sont positionnés au centre de la cavité.....	34
Tableau 2. 4 : température aux limites lorsque les axes sont positionnés au centre de la cavité	34
Tableau 3. 1 : sous matrice [P].....	48
Tableau 4. 1: influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 2.5	52
Tableau 4. 2: influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 1	54
Tableau 4. 3 : influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 0,5	55
Tableau 4. 4 : influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 0,3	56
Tableau 4. 5 : validation quantitative du programme numérique	60

Sommaire

Thèse de Doctorat	
Dédicace	i
Remerciements	ii
Résumé	iv
Abstract	v
Nomenclature	vi
Liste des figures	viii
Liste des tableaux	x
Sommaire	xi
Introduction générale	1
Chapitre 1 : revue bibliographique	7
Introduction	7
1.1. Effets de l'anisotropie	7
1.1.1. Anisotropie en perméabilité	7
1.1.2. Anisotropie thermique	8
1.2. Effets du champ électrique	9
1.3. Mouvements stationnaires	10
1.4. Convection thermique	10
1.5. Convection en milieu fluide conducteur	10
1.6. Effets du champ magnétique	10
1.7. Convection naturelle en fonction de la géométrie des supports	11
1.8. Effets de la densité	15
1.8.1. Convection naturelle dans un milieu poreux anisotrope saturé par un fluide binaire 16	
1.8.2. Milieu poreux saturé par un fluide multiconstituant	17
Conclusion	18
Chapitre 2 : modélisation physique et mathématique du phénomène	20
Introduction	20
2.1 Formulation du problème	20
2.2 Modélisation mathématique du phénomène	21
2.3 Hypothèse de Boussinesq	24
2.4 Équations de base	27
2.5 Système d'équations gouvernantes	28
2.6 Conditions initiales et aux limites	29

2.6.1 Conditions initiales.....	29
2.6.2 Conditions aux limites	30
2.7 Généralités sur la l'adimensionnalisation.....	30
2.7.1 Premier cas : axes positionnés aux bords de la cavité.....	30
2.7.2 Deuxième cas : axes positionnés au centre de la cavité.....	33
2.7.3 Système d'équations gouvernantes adimensionnelles	35
2.8 Conditions aux limites.....	36
2.8.1 Conditions hydrodynamiques	36
2.8.2 Conditions thermiques	37
2.9 Taux de transfert de chaleur ,	37
Conclusion :	38
Chapitre 3 : résolution numérique du problème	39
Introduction.....	39
3.1 Méthode des différences finies, principe de représentation	39
3.2 Maillage et stockage des variables.....	40
3.3 Discrétisation des équations gouvernantes	42
3.3.1 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement	42
3.3.2 Discrétisation de l'équation de l'énergie.....	44
3.3.3 Discrétisation des équations de continuité.....	45
3.4 Système d'équations gouvernantes discrétisées	45
3.5 Discrétisation du taux de transfert de chaleur	46
3.6 Solution du système d'équations discrétisées.....	46
3.6.1 Etapes de résolution du système d'équations discrétisées	46
3.7.2. Procédures de résolution du système d'équations discrétisées	47
3.7 Algorithme de résolution du système d'équations discrétisées	49
Conclusion.....	51
Chapitre 4 : résultats et discussions	52
Introduction.....	52
4.1 Validation du code de résolution numérique.....	52
4.1.1 Choix du maillage.....	52
4.1.2 Validation qualitative du programme numérique.....	56
4.1.3 Validation quantitative du programme numérique	59
4.2 Influence de l'angle d'inclinaison delta (δ) du champ magnétique	60
4.2.1 Influence de l'angle d'inclinaison delta (δ) du champ magnétique sur les vitesses U et V .	60
4.2.2 Influence de l'angle d'inclinaison delta (δ) du champ magnétique sur le taux de transfert de chaleur.....	63
4.2.3 Influence du nombre de Hartmann Ha sur les vitesses U et V.....	64

4.2.4 Influence du nombre de Hartmann Ha sur les lignes de courant	69
4.2.5 Influence du nombre de Hartmann Ha sur les lignes de température	71
4.3 Taux de transfert de chaleur.....	75
Conclusion	80
Conclusion générale et perspectives	53
Références bibliographiques	57
Table des matières	74

Introduction générale

La convection est un mode de transfert d'énergie familier et méconnu. On la décrit comme la chaleur qui monte, ce qui est inexact car ce n'est pas la chaleur qui monte mais plutôt le fluide chauffé par le bas et refroidi par le haut. Notons que la chaleur peut descendre dans le cas du rayonnement, ou de la conduction. Si le transfert de chaleur peut être défini comme une transmission d'énergie d'une zone à une autre par différence de température entre ces zones, la convection, par rapport aux autres modes de transmission de chaleur (conduction, rayonnement), dépend aussi du mécanisme de transfert de masse.

C'est un phénomène complexe dont l'élaboration de la notion par Hadley et Lomonossov remonte au XVIIIème siècle pour expliquer les grands mouvements atmosphériques.

La convection désigne l'ensemble des mouvements internes (verticaux ou horizontaux) qui animent un fluide et qui impliquent alors le transport des propriétés des parcelles de ce fluide au cours de son déplacement. Ce transfert implique l'échange de chaleur entre une surface et un fluide mobile à son contact, ou le déplacement de chaleur au sein d'un fluide par le mouvement d'ensemble de ses molécules d'un point à un autre. La convection, la conduction thermique et le transfert radiatif constituent les trois modes d'échange de chaleur entre deux systèmes. La convection diffère des deux autres modes d'échange de chaleur par la méthode de transfert. Elle a aussi pour effet d'accélérer l'homogénéisation de la composition chimique du fluide, par rapport à la seule diffusion chimique.

Ce phénomène physique très courant se produit dans de nombreux systèmes (casserole, circuits de chauffages, atmosphère, manteau terrestre, étoiles). Durant la convection, un écoulement laminaire peut se transformer en écoulement turbulent sous l'effet de l'augmentation de la vitesse du fluide. Cet écoulement turbulent crée alors une convection turbulente qui favorise davantage les échanges de propriétés entre couches voisines du fluide et en particulier la diffusion de la chaleur au sein de celui-ci.

Un exemple de convection est celui du chauffage de l'eau dans une casserole. Les particules de fluide en contact avec le fond de la casserole sont chauffées (par conduction). Ils se dilatent, donc deviennent moins denses et se mettent en mouvement spontané vers le haut, car la poussée d'Archimède qui s'exerce sur eux devient prépondérante par rapport à leur poids. Les groupes de particules de la surface de la casserole sont refroidis par contact avec l'air ambiant, se contractent et gagnent en densité, puis plongent. Le transfert thermique qu'elle engendre est plus efficace que ceux de la conduction thermique ou du transfert radiatif.

La convection naturelle est un phénomène physique permettant de transférer de la chaleur d'un milieu chaud vers un milieu froid grâce au mouvement des molécules du fluide soumises à d'un gradient de température à l'intérieur de la cavité poreuse. Elle se réalise sous l'effet combiné de la poussée d'Archimède et du champ de pesanteur.

La convection peut être libre c'est-à-dire naturelle ou forcée.

La convection naturelle est un phénomène de la mécanique des fluides, qui se produit lorsqu'un gradient induit un mouvement dans le fluide. Le gradient peut concerner différentes grandeurs intensives telles que la température

(convection thermique), la concentration d'un soluté (convection solutale) ou la tension superficielle (convection thermo-capillaire). La masse volumique dépendant d'un gradient de température ou de la concentration, engendre des différences de masse volumique au sein du fluide, d'où résultent des variations latérales de la poussée d'Archimède qui sont à l'origine du mouvement. De tels déplacements s'appellent des mouvements de convection. Ils sont à l'origine de certains phénomènes océanographiques (courants marins), météorologiques (orages), géologiques (remontées de magma) par exemple.

Les mouvements verticaux dans des fluides ne sont pas seulement induits par la convection thermique. Ceux-ci vont se stratifier selon leur densité, à température uniforme, par l'effet de la gravité. Cette convection gravitationnelle se déroule comme la convection thermique avec les zones du fluide plus denses descendant et les parties moins denses poussées vers le haut. Cependant, ces échanges se font sans variation de températures. La diffusion de la salinité dans une couche isothermale ou le déplacement du sel vers le bas dans une terre humide, peuvent être cités en exemple.

En convection libre, le fluide se met donc en mouvement naturellement, par lui-même. Cet effet se propage à travers le fluide. Ce mouvement est provoqué par l'expansion du fluide lorsqu'il est chauffé à pression constante. En effet, à cause de la différence de température, la masse volumique du fluide varie. Cette différence de masse volumique crée un mouvement ascendant pour les couches fluides plus chaudes et donc moins denses et un mouvement descendant pour les couches fluides plus froides et donc plus denses. La force motrice responsable de cette dynamique correspond à l'attraction terrestre \vec{G} . Le mouvement créé permet alors au fluide de

transporter une certaine quantité de chaleur selon sa capacité calorifique. On parle alors de transfert de chaleur par convection naturelle.

Par contre en convection forcée, le fluide se met en mouvement grâce à la circulation artificielle provoquée par une pompe ou une turbine. Le transfert est plus rapide que dans le cas de convection naturelle.

La compréhension des mécanismes de convection naturelle constitue un enjeu scientifique important pour leur modélisation et la prédiction de leurs effets dans l'environnement ou dans les équipements.

Par conséquent, les ingénieurs, spécialistes de l'étude de ce phénomène, doivent faire face à une très grande variété de situations due à la taille de ce domaine d'étude, à sa géométrie, à la nature des fluides concernés, à leurs propriétés thermophysiques, aux conditions limites et à l'importance des gradients de masse volumique et de température mis en jeu.

La complexité du milieu poreux rend très compliqué l'étude de la convection naturelle car il est souvent très difficile de connaître exactement les paramètres d'une matrice poreuse telle que la porosité et la perméabilité qui est l'admittance d'infiltration d'un fluide dans cette matrice.

Rappelons que la porosité est le vide (appelés pores) qui se trouve dans une matrice solide constitué par des grains consolidés. Ces pores peuvent être interconnectés et saturés par un fluide.

Compte tenu de la complexité de ce milieu poreux, nous avons introduit la notion de modèle pour prendre en compte les mouvements des particules fluides et expliquer le phénomène de transfert de chaleur dans le milieu poreux en tenant compte de l'anisotropie en perméabilité du milieu dans lequel se produit le phénomène.

L'objectif général de cette thèse consiste à modéliser et résoudre numériquement le phénomène de convection naturelle en milieu poreux anisotrope.

Pour y parvenir, nous devons réaliser les objectifs spécifiques ci-après :

- ✓ Développer des méthodes permettant de formuler mathématiquement les comportements du phénomène ;
- ✓ Discrétiser les termes aux dérivées partielles afin d'établir le système discrétisé ;
- ✓ Développer des outils informatiques permettant de simuler les comportements du phénomène en vue d'une validation à partir des travaux existants dans la littérature ;
- ✓ Analyser les résultats obtenus en tenant compte des paramètres de contrôle.

Structure de la thèse

Le premier chapitre sera consacré à la revue bibliographique qui fait une synthèse de la plupart des travaux de recherche existants dans ce domaine.

Le deuxième chapitre sera consacré à la modélisation physique et mathématique du problème. Les équations de base ainsi que les conditions aux frontières seront précisées.

Dans le troisième chapitre nous essayerons de résoudre les équations gouvernantes du système par la méthode numérique la plus appropriée. En effet, la méthodologie adoptée consiste à présenter la méthode des différences finies, sa mise en œuvre pour la discrétisation des équations du problème ainsi que le maillage adéquat, le stockage des variables et la

méthode employée pour la résolution du système d'équation résultant de cette discrétisation.

Le quatrième chapitre traite des résultats issus de nos travaux et leur discussion. On y aborde l'effet de maillage sur les différents résultats, de même que la validation de cette méthode en comparaison aux travaux existant dans la littérature.

La conclusion générale met en exergue les différents points importants de ce travail ainsi que les perspectives envisagées pouvant conduire à d'autres recherches.

Chapitre 1 : revue bibliographique

Introduction

L'objet du présent chapitre est de présenter une synthèse des travaux de recherche déjà effectués sur le phénomène de la convection naturelle en milieu poreux anisotrope en vue d'apporter ensuite notre contribution à la modélisation de ce mode d'échange de chaleur qui suscite une attention considérable par ses applications dans certains secteurs industriels.

1.1. Effets de l'anisotropie

1.1.1. Anisotropie en perméabilité

D.A. Nield, A. Bejan, [1] ont résumé dans leur ouvrage la plupart des travaux expérimentaux, analytiques et numériques relatifs aux transferts convectifs de chaleur et de masse dans les milieux poreux. Parmi ces auteurs nous pouvons citer :

AKOWANOU Chr. et DEGAN G. [2] qui ont étudié analytiquement les effets de l'anisotropie en perméabilité et d'un champ magnétique transversal sur la convection naturelle bidimensionnelle en milieu poreux confiné dans une cavité horizontale. Le milieu poreux, de grande extension est chauffé isothermiquement par les côtés tandis que ses parois horizontales sont thermiquement conductrices ou isolées. Les axes du tenseur de perméabilité sont orientés obliquement par rapport au champ gravitationnel. Sur la base d'une analyse d'échelle, ils ont déterminé les champs de vitesse, de température et le taux de transfert de chaleur. Leurs études montrent que les paramètres d'anisotropie ont un grand impact sur l'écoulement convectif. Aussi, ont-ils fait remarquer que l'application d'un champ magnétique

transversal réduit considérablement la vitesse de l'écoulement et affecte de ce fait le champ de température et le taux de transfert de chaleur.

DEGAN et al. [3, 4, 5] ont étudié analytiquement et numériquement l'effet de l'inclinaison des axes principaux de la perméabilité sur l'écoulement convectif. Ainsi, ont-ils démontré que la convection naturelle est grandement impactée par le rapport de perméabilité K^* et l'angle d'inclinaison des axes principaux θ , et qu'une perméabilité minimale dans la direction de la gravité minimise le transfert de chaleur.

1.1.2. Anisotropie thermique

BENNACER et al. [18] ont présenté une étude numérique et analytique concernant le transfert combiné de chaleur et de masse dans un milieu poreux supposé globalement homogène et présentant une anisotropie thermique. L'équation qui gouverne l'écoulement est celle de Darcy-Brinkman. Le système d'équations couplées est résolu par la méthode classique des volumes finis. Dans le cas d'écoulements d'origine thermique, ils ont appliqué la technique de l'analyse d'échelle pour prédire analytiquement l'évolution du transfert de chaleur et de masse en fonction de l'anisotropie thermique. De leurs résultats, on retient que pour de faibles taux d'anisotropie, le transfert de chaleur décroît vers de faibles valeurs sans atteindre pour autant un régime conductif. Ensuite, ils ont fait remarquer que l'accroissement du taux d'anisotropie thermique entraîne la chute du gradient de température près des parois verticales et tend vers un régime diffusif qui devrait normalement faire chuter le transfert de chaleur mais ce dernier continue à croître. Aussi, ont-ils constaté que pour différents taux

d'anisotropie thermique, l'évolution du nombre de Nusselt avec le nombre de Rayleigh poreux et thermique est linéaire.

1.2. Effets du champ électrique

Ozoe et al. [6] ont montré que l'interaction, entre le courant électrique créé par le mouvement du fluide sous l'influence d'un champ magnétique et l'écoulement, réduit considérablement la vitesse de l'écoulement convectif. Cet important résultat est exploité dans certaines applications pratiques telles que la conception du processus de refroidissement de certains réacteurs nucléaires fonctionnant sous l'effet de grands champs magnétiques (**Vasseur et al. [7]**), le refroidissement de la coulée de métaux fondus pour la fabrication des alliages en industrie. **Garandet et Alboussière [8]** ont abouti au même résultat à l'issue de leurs travaux sur la croissance cristalline dans les solutions hydrothermales. Sur la base du modèle de Brinkman généralisé, **Vasseur et al. [7]** ont prouvé qu'il y a une analogie entre la convection naturelle dans un milieu fluide soumis à un champ magnétique de faible intensité correspondant aux petits nombres de Hartmann Ha , et celle régnant dans un milieu poreux saturé par un fluide.

Leurs études ont révélé qu'en régime de couche limite pour un champ de grande intensité, le taux de transfert de chaleur varie en $Ra^{2/5}$ (Ra étant le nombre de Rayleigh). Ce résultat est le même que celui obtenu par **Kimura et Bejan [9]** à l'issue de l'étude de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire chauffée par un flux par le côté.

1.3. Mouvements stationnaires

Tabeling [10] a consacré son étude à la stabilité dans les mouvements stationnaires de convection en milieu fluide confiné à une cavité rectangulaire de très grande extension. Son analyse révèle que l'application d'un champ magnétique horizontal sur la cavité induit des courants convectifs dont le sens de déplacement change quand le champ magnétique augmente.

1.4. Convection thermique

Ozoe et Maruo [11] ont étudié la convection thermique bidimensionnelle en milieu fluide confinée à une cavité de forme carrée. La cavité étudiée par ces auteurs est chauffée par le côté tandis que ses parois horizontales sont thermiquement adiabatiques. Leurs travaux montrent que l'écoulement convectif disparaît en présence d'un champ magnétique horizontal sur la paroi verticale chaude.

1.5. Convection en milieu fluide conducteur

Par ailleurs, l'étude numérique de la convection naturelle magnétohydrodynamique en milieu fluide conducteur d'électricité a été faite par **Venkatachalappa et Subbaraya [12]**. L'analyse faite par ces auteurs montre que l'application d'un champ magnétique vertical, modifie sensiblement la température et la vitesse de l'écoulement.

1.6. Effets du champ magnétique

Bian et al. [13] ont étudié analytiquement et numériquement l'effet d'un champ magnétique sur la convection naturelle bidimensionnelle dans une cavité poreuse étroite inclinée. Le milieu poreux isotrope est saturé par un

fluide conducteur d'électricité. Un champ magnétique est appliqué perpendiculairement sur le côté par lequel la cavité est chauffée, ses parois supérieure et inférieure étant thermiquement isolées. A partir du modèle de Darcy, ils ont montré que le taux de transfert de chaleur représenté par le nombre de Nusselt, est fonction du nombre de Rayleigh (Ra), du rapport de forme de la cavité (A) et du nombre de Hartmann (Ha). Lorsque le champ magnétique est nul (Ha=0), le nombre de Nusselt s'apparente à celui prédit par **Bejan [14]** dans son étude relative au régime de couche limite de la convection naturelle dans une cavité poreuse chauffée isothermiquement sur les côtés. Il ressort de leur étude que la variation de l'inclinaison de la cavité affecte considérablement le phénomène de convection qui s'estompe suivant l'augmentation de l'intensité du champ magnétique. Pour une cavité poreuse chauffée par le bas, ils ont montré qu'il existe un nombre de Rayleigh critique (Ra_{cr}) en dessous duquel le phénomène de convection est inexistant. Lorsque le champ magnétique est nul (Ha = 0), ce résultat conduit à la valeur $4\pi^2$; nombre de Rayleigh critique trouvé par **Lapwood [15]** dans les mêmes conditions d'étude.

1.7. Convection naturelle en fonction de la géométrie des supports

➤ Cuve cylindrique

BENKHELIFA A. et al [16] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cuve cylindrique. Ces auteurs ont montré que la vitesse de transfert de chaleur atteint un maximum aux alentours d'une valeur de Ra ($Ra=10^5$), puis ce maximum décroît avec l'augmentation de Ra et le fluide devient pratiquement immobile. À ce niveau-là, ils ont retenu que le transfert de chaleur, entre strates, se fait par conduction.

➤ **Enceinte rectangulaire remplie d'une matière poreuse**

SAFI S. et BENISSAAD S. [17] ont étudié les transferts de chaleur et de masse dans une enceinte rectangulaire remplie d'une matière poreuse anisotrope en perméabilité saturée par un fluide binaire. Le modèle mathématique utilisé par ces auteurs est celui de Darcy – Brinkman – Forchheimer [18] et la méthode de résolution adaptée est celle des volumes finis [19]. De façon spécifique, Ils ont étudié l'influence de l'anisotropie en perméabilité et d'autres paramètres sur les transferts de chaleur et de masse. Ils ont fait ressortir dans leurs résultats que les nombres de Nusselt et de Sherwood croissent en augmentant l'anisotropie en perméabilité pour différents nombres de Darcy.

➤ **Cavité parallélépipédique**

BOUKRAA Mustapha [24] a réalisé une simulation numérique tridimensionnelle des écoulements de convection naturelle dans une cavité d'air parallélépipédique inclinée, différentiellement chauffée. Pour cela, il a élaboré un code de calcul 3D instationnaire qui lui a permis de résoudre les équations de Navier-stokes tridimensionnelles pour des fluides incompressibles. Il ressort de ses investigations que la dépendance du champ de température en fonction de la troisième direction est faible et que la tridimensionnalité de l'écoulement n'affecte que très peu la distribution de température. La variation tridimensionnelle, bien que faible est due à la présence des parois terminales adiabatiques. Aussi, a-t-il constaté que le transfert thermique augmente avec le nombre de Rayleigh, et cet accroissement est plus important lorsque l'angle d'inclinaison est nul. Enfin, il a fait remarquer que dans les deux cas de la cavité cubique ou

parallélépipédique, la variation de l'angle d'inclinaison jusqu'à 60° se traduit par une réduction du transfert de chaleur.

➤ **Enceinte rectangulaire saturée par un fluide binaire**

BOUMARAF Asia [25] a étudié numériquement la convection naturelle thermosoutable dans une enceinte rectangulaire inclinée bidimensionnelle. La matière poreuse dans l'enceinte est isotrope saturée par un fluide binaire. Les parois horizontales de l'enceinte sont thermiquement isolées et imperméables tandis que les parois verticales sont soumises à des températures et des concentrations constante et différente. Le fluide est l'air et la substance diffusée dans l'air de l'enceinte est la vapeur d'eau. La formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer a été employée par l'auteur pour décrire l'écoulement dans le milieu poreux dans l'enceinte. Ses équations couplées sont discrétisées numériquement par la méthode des volumes finis et résolues par la procédure de double balayage (ADI) [26] et le couplage pression-vitesse par l'algorithme (SIMPLER) [27]. Il ressort de son étude que la variation du nombre de Darcy caractérisant la perméabilité du milieu fluide pour une large gamme ($10^{-7} \leq Da \leq 1$) provoque une forte influence sur la structure de l'écoulement ; l'intensité de l'écoulement augmente avec le nombre de Darcy et cette croissance est accentuée avec des nombres de Rayleigh élevés. Il a ensuite constaté que la variation du nombre de Rayleigh provoque une forte influence sur la structure de l'écoulement, son intensité est augmentée avec le nombre de Rayleigh. Enfin, il a fait remarquer que la variation de l'angle d'inclinaison jusqu'à 30° donne une augmentation du transfert de chaleur et de masse.

➤ **Plaques planes**

OULAID Othmane [28] a étudié les phénomènes de transferts de chaleur et de masse en convection mixte thermosolutale avec changement de phase dans un canal formé de deux plaques planes parallèles dont l'une ou les deux sont mouillées par un courant d'eau d'épaisseur négligeable. Ces plaques sont soumises à une température constante et uniforme. Le canal ainsi étudié par l'auteur est traversé par un écoulement laminaire ascendant d'air humide en régime permanent. Il a basé la résolution des équations gouvernantes sur la méthode des volumes finis alors qu'il a traité le couplage vitesse-pression à l'aide de l'algorithme SIMPLER [27]. De ses investigations, Il ressort que les forces d'Archimède d'origine thermique et massique ont un effet important sur les champs hydrodynamique, thermique et massique. Ainsi, il a montré que le transfert par chaleur latente n'est important comparé à celui par chaleur sensible que si le gradient de concentration est important. Aussi, a-t-il fait remarquer l'effet des forces d'Archimède d'origine thermique et massique sur les champs hydrodynamique, thermique et massique. Ainsi, ces forces peuvent causer le renversement de l'écoulement si leur intensité est importante.

➤ **Milieu poreux rectangulaire incliné**

Latrèche A. et Djeddar M. [32] qui ont étudié la convection naturelle bidimensionnelle dans un matériau poreux rectangulaire et incliné. Ces auteurs ont résolu numériquement les équations des bilans de masse, de quantité de mouvement et d'énergie en utilisant la loi de Darcy et l'approximation de Boussinesq [2, 33, 34, 35]. Les conditions aux limites considérées par ces auteurs consistent en une paroi inférieure soumise à un

profil de température périodique et les trois autres étant thermiquement isolées. De leurs investigations, il ressort que dans un premier cas pour une valeur faible du nombre de Darcy modifié, le régime d'écoulement qui domine est pseudo-conductif. Aussi, ont-ils montré que l'écoulement s'intensifie et le transfert de chaleur s'améliore en augmentant la valeur du nombre de Darcy-Rayleigh modifié. Dans un second cas, ils ont fait remarquer que les transferts de chaleur s'uniformisent mieux pour un angle d'inclinaison $\alpha = 90^\circ$.

➤ **Cavité poreuse bicouche**

Y. Ould-Amer [36] a étudié la convection naturelle dans une cavité poreuse bicouche inclinée. Dans sa modélisation, les deux couches poreuses sont disposées verticalement et sont de perméabilités différentes ; les parois verticales sont maintenues à des températures différentes alors que les parois horizontales sont adiabatiques. L'auteur a retenu le modèle général de Darcy-Brinkmann-Forcheimer pour l'équation de la quantité de mouvement et a utilisé la méthode des volumes finis pour la modélisation numérique. De son étude, il ressort qu'il existe une valeur optimale de l'angle d'inclinaison des axes principaux pour laquelle le transfert de chaleur est meilleur. Cette valeur avoisine 30° .

1.8. Effets de la densité

MAHIDJIBA Ahmed [29] s'est intéressé à l'effet du maximum de densité. Il a fait remarquer que les études antérieures sur la convection naturelle dans les milieux poreux ont supposé linéaire la relation entre la densité du fluide saturant la matrice poreuse et la température. L'auteur a expliqué que cette hypothèse ne s'applique évidemment pas quand la densité de l'eau passe

par son maximum à une température de $3,98 \approx 4^\circ\text{C}$ (Point de congélation). Il a donc étudié ce phénomène de maximum de densité au sein d'une cavité rectangulaire et horizontale remplie d'un milieu poreux anisotrope en perméabilité. L'auteur a modélisé le milieu poreux à l'aide des équations classiques de Darcy et a utilisé la méthode des éléments finis [30, 31] pour résoudre ces équations. Les résultats obtenus lui ont permis de démontrer que la longueur d'onde diminue au fur et à mesure que l'angle d'orientation augmente de 0° à 90° . Toujours pour $0^\circ < \theta < 90^\circ$, il a constaté que les cellules secondaires deviennent incorporées aux cellules convectives primaires. Aussi, a-t-il considéré l'effet de confinement en faisant varier le rapport de forme de la cavité. En particulier, lorsque le maximum de densité est compris entre la paroi supérieure et la paroi inférieure et que les axes principaux sont inclinés, il constate que toute forme de symétrie disparaît. Il explique cette absence de symétrie par l'introduction de nouvelles cellules convectives dans le système lorsque le rapport de forme de la cavité croît.

1.8.1. Convection naturelle dans un milieu poreux anisotrope saturé par un fluide binaire

SAFI safia [20] a étudié le problème bidimensionnel de la convection naturelle thermosolutale au sein d'un milieu poreux anisotrope saturé par un fluide binaire, supposé incompressible, confiné dans une enceinte de forme rectangulaire horizontale. Le modèle mathématique retenu par cet auteur est celui de Darcy–Brinkman–Forchheimer [18]. Un code numérique intégrant la méthode des volumes finis [19] lui a servi d'outil de résolution des équations de base en milieux poreux anisotropes saturés. Ces résultats illustrent que les transferts dans les différentes situations sont impactés par l'anisotropie thermique. Il a prouvé numériquement que pour un rapport des forces de

volume élevé, le transfert de masse demeure inchangé indépendamment du rapport de conductivité. Aussi, a-t-il fait constater que l'impact du taux d'anisotropie en perméabilité sur les transferts a permis mettre en évidence le régime d'écoulement pleinement convectif et celui modérément convectif.

1.8.2. Milieu poreux saturé par un fluide multiconstituant

ZIDI El-hachemi [21] a présenté une étude numérique de transfert de chaleur et de masse couplés par convection naturelle dans une cavité poreuse saturée par un fluide multiconstituant. Ses équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des différences finies [22, 23] ; son couplage vitesse-pression a été mené avec la méthode de projection formulée en volume finis et résolue par la méthode itérative de Gauss Seidel [19]. Ses résultats lui ont permis de mettre en évidence l'interaction entre le transfert de chaleur et de masse, et d'établir une description de la convection naturelle bidiffusive dans les milieux poreux.

Les recherches faites dans ce domaine portent généralement sur le milieu poreux supposé homogène et isotrope. Ce ne sont là que des hypothèses simplificatrices introduites pour approcher la réalité. Pour une bonne modélisation, la prise en compte des propriétés physiques de la matrice solide du milieu poreux telles que la perméabilité, la forme géométrique, et est déterminante.

Le présent travail, a traité des effets des paramètres d'anisotropie en perméabilité du milieu poreux et du champ magnétique transversal sur l'écoulement convectif puis du transfert de chaleur dans une cavité poreuse horizontale. Deux cas de figure ont été abordés au cours notre étude : il s'agit dans un premier temps d'une situation dans laquelle les parois horizontales

de la cavité sont isolées thermiquement, et dans un second temps thermiquement conducteur.

Conclusion

Ce chapitre nous a permis de faire une synthèse de quelques travaux de recherche relatifs au phénomène de convection à étudier et d'avoir une bonne compréhension sur son comportement dans le milieu où il naît avant la modélisation numérique, objet de cette thèse.

En effet, les travaux existants ont été regroupés suivant des thématiques telles que les effets de l'anisotropie, les effets du champ magnétique, l'effet d'un milieu poreux anisotrope saturé par un fluide binaire, etc.

Ces travaux ont révélé que :

- ❖ l'écoulement convectif dans un milieu poreux anisotrope est considérablement affecté par le rapport d'anisotropie en perméabilité K^* et l'angle d'inclinaison des axes principaux θ , et qu'une perméabilité minimale dans la direction de la gravité minimise le transfert de chaleur.
- ❖ l'accroissement du taux d'anisotropie thermique entraîne la chute du gradient de température près des parois verticales et tend vers un régime diffusif qui devrait normalement faire chuter le transfert de chaleur mais ce dernier continue à croître.
- ❖ pour différents taux d'anisotropie thermique, l'évolution du nombre de Nusselt avec le nombre de Rayleigh en milieu poreux et thermique est linéaire.

- ❖ l'interaction, entre le courant électrique créé par le mouvement du fluide sous l'influence d'un champ magnétique et l'écoulement, réduit considérablement la vitesse de l'écoulement convectif. Cet important résultat est exploité dans certaines applications pratiques telles que la conception du processus de refroidissement de certains réacteurs nucléaires fonctionnant sous l'effet de grands champs magnétiques.
- ❖ l'application d'un champ magnétique transversal réduit considérablement la vitesse de l'écoulement et affecte de ce fait le champ de température et le taux de transfert de chaleur.

Chapitre 2 : modélisation physique et mathématique du phénomène

Introduction

Dans ce chapitre, nous partirons d'un schéma illustrant la modélisation physique de la convection naturelle magnétohydrodynamique dans une cavité poreuse anisotrope chauffée par les côtés pour établir un système d'équations gouvernantes du phénomène.

2.1 Formulation du problème

Il nous revient de mettre en place un schéma illustrant le phénomène de convection naturelle magnétohydrodynamique dans une cavité poreuse anisotrope chauffée par les côtés en vue de la résolution du problème.

A cet effet, nous allons définir géométriquement l'écoulement convectif à travers une cavité horizontale plane de longueur L' et de hauteur H' comme l'indique la **Figure 2. 1**.

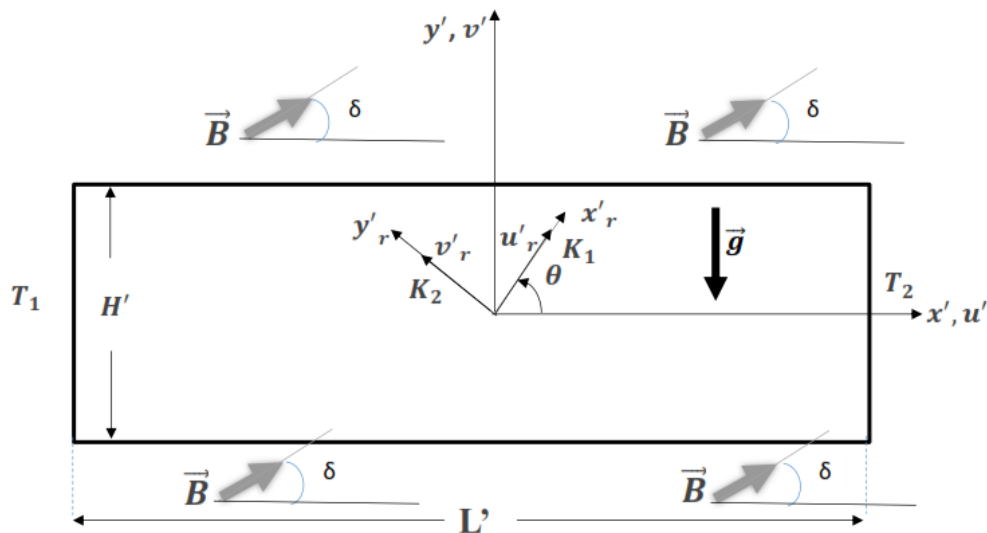


Figure 2. 1 : définition du modèle physique

- Rapport des perméabilités $K^* = \frac{K_2}{K_1}$ où K_1, K_2 sont les perméabilités suivant les axes principaux ;
- θ est l'angle d'orientation des directions principales de tenseur de perméabilité.

Dans ce chapitre, nous avons établi successivement :

- ☞ les équations de Darcy pour un milieu poreux anisotrope ;
- ☞ les équations gouvernantes et les conditions aux limites ;
- ☞ l'adimensionnalisation des équations gouvernantes ;
- ☞ l'interprétation des paramètres de contrôle.

2.2 Modélisation mathématique du phénomène

Il s'agit ici d'établir un système d'équations mathématiques traduisant le comportement du phénomène de convection naturelle dans un milieu poreux anisotrope. A cet effet, nous avons utilisé l'équation de Darcy pour un milieu poreux anisotrope [18] qui se présente sous la forme de l'équation 2.1 :

$$\{V'_r\} = \frac{1}{\mu} [K] \{J'_r\} \quad (2.1)$$

Dans le repère (x'_r, y'_r) défini à la Figure 2. 1,

$$\begin{Bmatrix} u'_r \\ v'_r \end{Bmatrix} = \frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} J'_{r1} \\ J'_{r2} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} u'_r \\ v'_r \end{Bmatrix} = \frac{1}{\mu} \begin{Bmatrix} J'_{r1} \\ J'_{r2} \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{K_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{K_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'_r \\ v'_r \end{Bmatrix} = \frac{1}{\mu} \begin{Bmatrix} J'_{r1} \\ J'_{r2} \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

Les perméabilités K_1 et K_2 du tenseur de perméabilité $[K]$ correspondent aux axes principaux x'_r et y'_r ; les composantes de vitesse du vecteur $\{V\}$ dans

la direction de ces axes sont u'_r et v'_r ; J'_{r1} et J'_{r2} sont les composantes d'un vecteur $\{J\}$ qui inclut les gradients de pression, les composantes de la force de gravité et celles du champ magnétique, à définir ultérieurement.

Le passage du repère (x'_r, y'_r) au repère (x', y') c'est-à-dire de la base (\vec{i}'_r, \vec{j}'_r) à la base (\vec{i}', \vec{j}') avec :

$$\begin{cases} \vec{i}'_r = \cos \theta \vec{i}' + \sin \theta \vec{j}' \\ \vec{j}'_r = -\sin \theta \vec{i}' + \cos \theta \vec{j}' \end{cases} \quad (2.5)$$

permet d'écrire :

$$\begin{Bmatrix} u'_r \\ v'_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\begin{Bmatrix} J'_{r1} \\ J'_{r2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} J'_1 \\ J'_2 \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

(2.4) devient :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{K_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{K_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \end{Bmatrix} = \frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} J'_1 \\ J'_2 \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

Multiplions les deux membres de (2.8) par $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}^{-1}$

On a :

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{K_1} \cos \theta & \frac{1}{K_1} \sin \theta \\ -\frac{1}{K_2} \sin \theta & \frac{1}{K_2} \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \end{Bmatrix} = \frac{1}{\mu} \begin{Bmatrix} J'_1 \\ J'_2 \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{K_1} \cos^2 \theta + \frac{1}{K_2} \sin^2 \theta & \frac{1}{K_1} \cos \theta \sin \theta - \frac{1}{K_2} \cos \theta \sin \theta \\ \frac{1}{K_1} \cos \theta \sin \theta - \frac{1}{K_2} \cos \theta \sin \theta & \frac{1}{K_1} \sin^2 \theta + \frac{1}{K_2} \cos^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \end{Bmatrix} = \frac{1}{\mu} \begin{Bmatrix} J'_1 \\ J'_2 \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

En multipliant les deux membres de (2.10) par K_2 on a :

$$\begin{bmatrix} \frac{K_2}{K_1} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta & \frac{K_2}{K_1} \cos \theta \sin \theta - \frac{K_2}{K_2} \cos \theta \sin \theta \\ \frac{K_2}{K_1} \cos \theta \sin \theta - \frac{K_2}{K_2} \cos \theta \sin \theta & \frac{K_2}{K_1} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \end{Bmatrix} = \frac{K_2}{\mu} \begin{Bmatrix} J'_1 \\ J'_2 \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

Posons $\frac{K_2}{K_1} = K^*$ (rapport des perméabilités des axes principaux) (2.12)

$$\cos \theta \sin \theta = \frac{1}{2} \sin(2\theta) \quad (2.13)$$

(2.11) devient :

$$\begin{bmatrix} K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta & (K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} \\ (K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} & K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \end{Bmatrix} = \frac{K_2}{\mu} \begin{Bmatrix} J'_1 \\ J'_2 \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\Leftrightarrow [K'] \{V'\} = \frac{K_2}{\mu} \{J'\} \quad (2.15)$$

$$\{J'\} = -\nabla p' + \mu_{eff} \frac{K_2}{\mu} \nabla^2 \{V'\} + [\gamma(-\nabla \phi + \{V'\} \wedge \{B\}) \wedge \{B\} + \rho \{g\}] \quad (2.16)$$

$$\Leftrightarrow \{J'\} = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial p'}{\partial x'} + \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) - \gamma u' B^2 \sin^2 \delta + \gamma v' B^2 \sin \delta \cos \delta \\ -\frac{\partial p'}{\partial y'} + \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) + \gamma u' B^2 \sin \delta \cos \delta - \gamma v' B^2 \cos^2 \delta - \rho g \end{array} \right\}$$

Le milieu poreux étant électriquement isolé, le champ électrique y est partout nul.

Par conséquent, $\nabla \phi = \vec{0}$ (2.17)

On peut alors réécrire la relation (2.14) :

$$\begin{bmatrix} K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta & (K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} \\ (K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} & K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \end{Bmatrix} = \frac{K_2}{\mu} \begin{pmatrix} -\frac{\partial p'}{\partial x'} + \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) - \gamma u' B^2 \sin^2 \delta + \gamma v' B^2 \sin \delta \cos \delta \\ -\frac{\partial p'}{\partial y'} + \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) + \gamma u' B^2 \sin \delta \cos \delta - \gamma v' B^2 \cos^2 \delta - \rho g \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

► Suivant la direction x, on a :

$$(K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta)u' + (K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} v' = \frac{K_2}{v} \left(-\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{1}{\rho_r} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) - \frac{1}{\rho_r} \gamma u' B^2 \sin^2 \delta + \frac{1}{\rho_r} \gamma v' B^2 \sin \delta \cos \delta \right) \quad (2.20)$$

► Suivant la direction y, on a :

$$(K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta)v' + (K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} u' = \frac{K_2}{v} \left(-\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p'}{\partial y'} + \frac{1}{\rho_r} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) + \frac{1}{\rho_r} \gamma u' B^2 \sin \delta \cos \delta - \frac{1}{\rho_r} \gamma v' B^2 \cos^2 \delta - \frac{\Delta \rho}{\rho_r} g \right) \quad (2.21)$$

2.3 Hypothèse de Boussinesq

Selon l'hypothèse de Boussinesq [2, 33, 34, 35], les variations de température dans le milieu poreux engendrent de faibles variations de densité, lesquelles sont néanmoins à l'origine du mouvement convectif. Elle permet d'écrire :

$$\rho = \rho_r + \Delta \rho \quad (2.22)$$

$$\rho = \rho_r [1 - \beta(T' - T'_r)] \quad (2.23)$$

$$\Rightarrow -\frac{\Delta\rho}{\rho_r} g = g\beta(T'-T'_r) \quad (2.24)$$

► (2.21) devient :

$$\begin{aligned} (K^* \sin^2\theta + \cos^2\theta)v' + (K^* - 1)\frac{\sin(2\theta)}{2}u' = \frac{K_2}{v} \left(-\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p'}{\partial y'} + \frac{1}{\rho_r} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) + \frac{1}{\rho_r} \gamma u' B^2 \sin\delta \cos\delta - \frac{1}{\rho_r} \gamma v' B^2 \cos^2\delta + g\beta(T' - T'_r) \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Le système équivaut à :

► Suivant la direction x' , on a :

$$\begin{aligned} \left(K^* \cos^2\theta + \sin^2\theta + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin^2\delta \right) u' + \left((K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} - \right. \\ \left. \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin\delta \cos\delta \right) v' = \frac{K_2}{v} \left(-\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{1}{\rho_r} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

► Suivant la direction y' , le mouvement du fluide convectif est décrit par l'équation (2.27).

$$\begin{aligned} \left((K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} - \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin\delta \cos\delta \right) u' + \left(K^* \sin^2\theta + \cos^2\theta + \right. \\ \left. \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \cos^2\delta \right) v' = \frac{K_2}{v} \left(-\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p'}{\partial y'} + \frac{1}{\rho_r} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) + g\beta(T' - T'_r) \right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

► Suivant la direction x' , le mouvement du fluide convectif est décrit par l'équation (2.28).

$$\left(K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin^2 \delta \right) u' + \left((K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} - B^2 \left(\frac{K_2 \gamma}{v \rho_r} \right) \sin \delta \cos \delta \right) v' = \left(-\frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) \right) \quad (2.28)$$

► Suivant la direction y' , le mouvement du fluide convectif est décrit par l'équation (2.29).

$$\left((K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} - \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin \delta \cos \delta \right) u' + \left(K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \cos^2 \delta \right) v' = \left(-\frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \frac{\partial p'}{\partial y'} + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) + \frac{K_2}{v} g \beta (T' - T'_r) \right) \quad (2.29)$$

Dérivons l'équation (2.28) de la direction x' par rapport à y' et l'équation (2.29) de la direction y' par rapport à x' ; on a :

$$\left(K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin^2 \delta \right) \frac{\partial u'}{\partial y'} + \left((K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} - \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin \delta \cos \delta \right) \frac{\partial v'}{\partial y'} = \left(-\frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \frac{\partial^2 p'}{\partial x' \partial y'} + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^3 u'}{\partial x'^2 \partial y'} + \frac{\partial^3 u'}{\partial y'^3} \right) \right) \quad (2.30)$$

$$\left((K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} - \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin \delta \cos \delta \right) \frac{\partial u'}{\partial x'} + \left(K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \cos^2 \delta \right) \frac{\partial v'}{\partial x'} = \left(-\frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \frac{\partial^2 p'}{\partial x' \partial y'} + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^3 v'}{\partial x'^3} + \frac{\partial^3 v'}{\partial x' \partial y'^2} \right) + \frac{K_2}{v} g \beta \frac{\partial (T' - T'_r)}{\partial x'} \right) \quad (2.31)$$

De l'équation de continuité $\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0$

On a : $\frac{\partial u'}{\partial x'} = -\frac{\partial v'}{\partial y'} \quad (2.32)$

(2.30) – (2.31) donne :

$$\begin{aligned}
& \left(K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin^2 \delta \right) \frac{\partial u'}{\partial y'} - \left((K^* - 1) \sin(2\theta) - \right. \\
& \left. 2 \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \cos \delta \sin \delta \right) \frac{\partial u'}{\partial x'} - \left(K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \cos^2 \delta \right) \frac{\partial v'}{\partial x'} = \\
& - \frac{K_2}{v} g \beta \frac{\partial(T'-T'_r)}{\partial x'} + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^3 u'}{\partial y'^3} + 2 \frac{\partial^3 u'}{\partial x'^2 \partial y'} - \frac{\partial^3 v'}{\partial x'^3} \right)
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Introduisons la fonction courant ψ' à partir de laquelle les composantes du vecteur-vitesse peuvent être définies comme suit :

$$u' = \frac{\partial \psi'}{\partial y'} \quad \text{et} \quad v' = - \frac{\partial \psi'}{\partial x'} \tag{2.34}$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
& \left(K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin^2 \delta \right) \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y'^2} - \left((K^* - 1) \sin(2\theta) - \right. \\
& \left. 2 \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \cos \delta \sin \delta \right) \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x' \partial y'} - \left(K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \cos^2 \delta \right) \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x'^2} = \\
& - \frac{K_2}{v} g \beta \frac{\partial(T'-T'_r)}{\partial x'} + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^4 \psi'}{\partial y'^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi'}{\partial x'^2 \partial y'^2} + \frac{\partial^4 \psi'}{\partial x'^4} \right)
\end{aligned} \tag{2.35}$$

2.4 Équations de base

☞ Le principe de conservation de la masse conduit à l'équation de **continuité** suivante pour un fluide incompressible :

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \tag{2.36}$$

☞ **Equations de quantité de mouvement :**

Suivant la direction x' :

$$\left(K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin^2 \delta \right) u' + \left((K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} - \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin \delta \cos \delta \right) v' = - \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) \quad (2.37)$$

Suivant la direction y' :

$$\left((K^* - 1) \frac{\sin(2\theta)}{2} - \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \sin \delta \cos \delta \right) u' + \left(K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \gamma B^2 \cos^2 \delta \right) v' = \left(- \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \frac{\partial p'}{\partial y'} + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{v} \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) + \frac{K_2}{v} g \beta (T' - T'_r) \right) \quad (2.38)$$

☞ Le principe de conservation d'énergie conduit à **l'équation de l'énergie** dans laquelle la dissipation visqueuse est négligée :

$$\sigma \frac{\partial T'}{\partial t'} + u' \frac{\partial T'}{\partial x'} + v' \frac{\partial T'}{\partial y'} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2} \right) \quad (2.39)$$

2.5 Système d'équations gouvernantes

$\sigma = \frac{(\rho_r c_p)_m}{(\rho_r c_p)_f}$: est le rapport des capacités calorifiques respectives du milieu poreux et du fluide (2.40)

$\alpha = \frac{k}{(\rho_r c_p)_f}$: est la diffusivité du thermique (2.41)

$$K^* = \frac{K_2}{K_1} \quad (2.42)$$

$$a = K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \quad (2.43)$$

$$Ha = B \left(\frac{K_2 \gamma}{\nu \rho_r} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.44)$$

$$b = (1 - K^*) \sin 2\theta \quad (2.45)$$

$$c = K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \quad (2.46)$$

Le système d'équations gouvernantes se présente comme suit :

$$(I) \begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \\ \left(a + B^2 \left(\frac{K_2 \gamma}{\nu \rho_r} \right) \sin^2 \delta \right) \frac{\partial u'}{\partial y'} + \left(b - 2B^2 \left(\frac{K_2 \gamma}{\nu \rho_r} \right) \cos \delta \sin \delta \right) \frac{\partial u'}{\partial x'} - \left(c + B^2 \left(\frac{K_2 \gamma}{\nu \rho_r} \right) \cos^2 \delta \right) \frac{\partial v'}{\partial x'} = \\ - \frac{K_2}{\nu} g \beta \frac{\partial T'}{\partial x'} + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{\nu} \mu_{eff} \left[\left(\frac{\partial^3 u'}{\partial y'^3} - \frac{\partial^3 v'}{\partial x'^3} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x' \partial y'} \left(\frac{\partial u'}{\partial x'} - \frac{\partial v'}{\partial y'} \right) \right] \\ \sigma \frac{\partial T'}{\partial t'} + u' \frac{\partial T'}{\partial x'} + v' \frac{\partial T'}{\partial y'} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2} \right) \end{cases} \quad (2.47)$$

$$(II) \begin{cases} u' = \frac{\partial \psi'}{\partial y'} \\ v' = - \frac{\partial \psi'}{\partial x'} \\ \left(a + B^2 \left(\frac{K_2 \gamma}{\nu \rho_r} \right) \sin^2 \delta \right) \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y'^2} + \\ \left(b - 2B^2 \left(\frac{K_2 \gamma}{\nu \rho_r} \right) \cos \delta \sin \delta \right) \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x' \partial y'} - \left(B^2 \left(\frac{K_2 \gamma}{\nu \rho_r} \right) \cos^2 \delta \right) \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x'^2} = \\ - \frac{K_2}{\nu} g \beta \frac{\partial T'}{\partial x'} + \frac{1}{\rho_r} \frac{K_2}{\nu} \mu_{eff} \left[\frac{\partial^4 \psi'}{\partial x'^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi'}{\partial x'^2 \partial y'^2} + \frac{\partial^4 \psi'}{\partial y'^4} \right] \\ \sigma \frac{\partial T'}{\partial t'} + \frac{\partial \psi'}{\partial y'} \frac{\partial T'}{\partial x'} + \frac{\partial \psi'}{\partial x'} \frac{\partial T'}{\partial y'} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2} \right) \end{cases} \quad (2.48)$$

2.6 Conditions initiales et aux limites

2.6.1 Conditions initiales

A l'instant initial, le fluide n'est pas en mouvement dans la cavité.

Ainsi à $t = 0$, on a :

$$(U' = V' = 0), (x' = 0, T' = T'_1), (x' = L', T' = T'_2) \quad (2.49)$$

2.6.2 Conditions aux limites

D'après le modèle de Darcy-Brinkman [18], les particules du fluide en contact avec les parois restent immobiles.

2.7 Généralités sur la l'adimensionnalisation

Tel qu'observé dans la littérature [2, 3, 4, 5, 29], dans le but de faciliter l'interprétation des résultats, nous allons introduire des variables adimensionnelles. Le passage des variables dimensionnelles aux variables adimensionnelles est basé sur le système ci-après :

$$\begin{cases} (x, y) = \frac{(x', y')}{H'} \\ T = \frac{(T' - T'_1)}{\Delta T'} \\ (u, v) = \frac{(u', v')}{\frac{H'}{\alpha}} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \Delta T' = (T'_2 - T'_1) \quad (2.50)$$

2.7.1 Premier cas : axes positionnés aux bords de la cavité

La **Figure 2. 2** montre le schéma de distribution de la température pour des axes positionnés aux bords de la cavité.

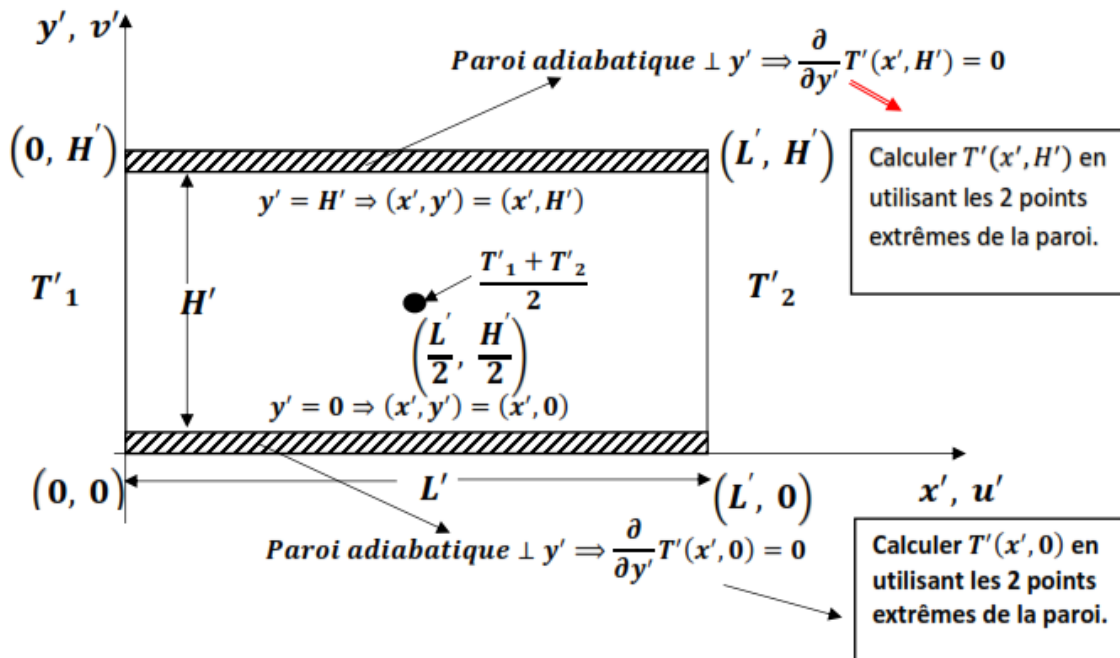


Figure 2. 2 : schéma de distribution de la température pour des axes positionnés aux bords de la cavité

Les Tableaux 2. 1 et 2. 2 permettent d'exprimer les conditions aux limites de la cavité dans leurs formes dimensionnelle et adimensionnelle lorsque les axes sont positionnés aux bords de la cavité comme l'indique la Figure 2. 2.

Tableau 2. 1 : forme générale de la distribution de la température lorsque les axes sont positionnés aux bords de la cavité

FORMES DIMENSIONNELLES	FORMES ADIMENSIONNELLES
$\frac{\partial}{\partial y'} T'(x', 0) = 0$	$\frac{\partial}{\partial y} T(x, 0) = 0$
$\frac{\partial}{\partial y'} T'(x', H') = 0$	$\frac{\partial}{\partial y} T(x, 1) = 0$
$T'(x', 0) = \frac{T'_2 - T'_1}{L'} x' + T'_1$	$T(x, 0) = A x$
$T'(x', H') = \frac{T'_2 - T'_1}{L'} x' + T'_1$	$T(x, 0) = A x$

Tableau 2. 2 : température aux limites lorsque les axes sont positionnés aux bords de la cavité

FORMES DIMENSIONNELLES	FORMES ADIMENSIONNELLES
$T'(0, 0) = T'_1$	$T(0, 0) = 0$
$T'(L', 0) = T'_2$	$T\left(\frac{1}{A}, 0\right) = 1$
$T'(L', H') = T'_2$	$T\left(\frac{1}{A}, 1\right) = 1$
$T'(0, H') = T'_1$	$T(0, 1) = 0$
$T'\left(\frac{L'}{2}, \frac{H'}{2}\right) = \frac{T'_1 + T'_2}{2}$	$T\left(\frac{1}{2A}, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

2.7.2 Deuxième cas : axes positionnés au centre de la cavité

Le schéma de distribution de la température pour des axes positionnés au centre de la cavité est présenté à la **Figure 2. 3**.

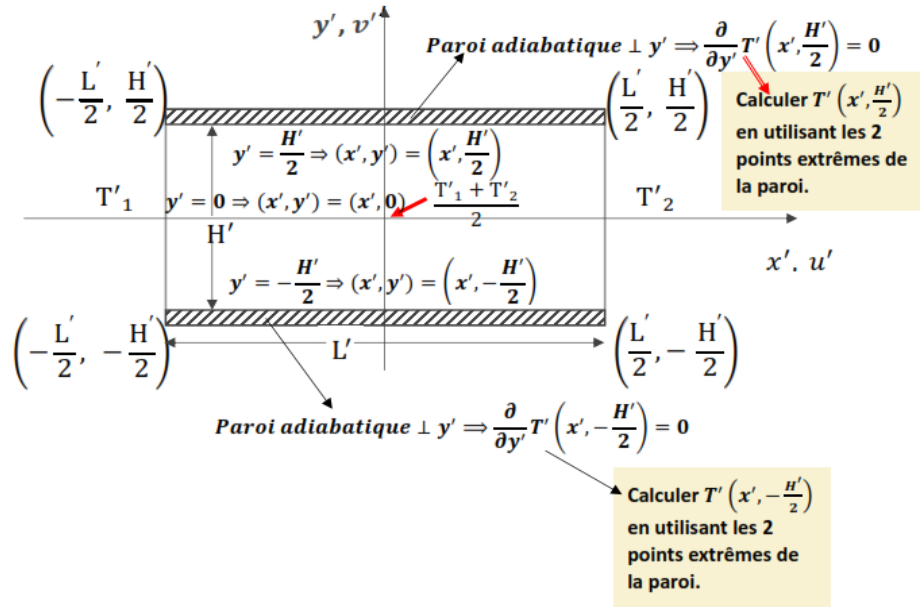


Figure 2. 3 : schéma de distribution de la température pour des axes positionnés au centre de la cavité

Les Tableaux 2. 3 et 2. 4 permettent d'exprimer la distribution de la température de la cavité dans leurs formes dimensionnelle et adimensionnelle lorsque les axes sont positionnés au centre de la cavité comme l'indique la **Figure 2. 3**.

Tableau 2. 3 : forme générale de la distribution de température lorsque les axes sont positionnés au centre de la cavité

<i>FORMES DIMENSIONNELLES</i>	<i>FORMES ADIMENSIONNELLES</i>
$\frac{\partial}{\partial y'} T' \left(x', -\frac{H'}{2} \right) = 0$	$\frac{\partial}{\partial y} T \left(x, -\frac{1}{2} \right) = 0$
$\frac{\partial}{\partial y'} T' \left(x', \frac{H'}{2} \right) = 0$	$\frac{\partial}{\partial y} T \left(x, \frac{1}{2} \right) = 0$
$T' \left(x', -\frac{H'}{2} \right) = \frac{T'_2 - T'_1}{L'} x' + \frac{T'_1 + T'_2}{2}$	$T \left(x, -\frac{1}{2} \right) = A x + \frac{1}{2}$
$T' \left(x', \frac{H'}{2} \right) = \frac{T'_2 - T'_1}{L'} x' + \frac{T'_1 + T'_2}{2}$	$T \left(x, \frac{1}{2} \right) = A x + \frac{1}{2}$

Tableau 2. 4 : température aux limites lorsque les axes sont positionnés au centre de la cavité

<i>FORMES DIMENSIONNELLES</i>	<i>FORMES ADIMENSIONNELLES</i>
$T' \left(-\frac{L'}{2}, -\frac{H'}{2} \right) = T'_1$	$T \left(-\frac{1}{2A}, -\frac{1}{2} \right) = 0$
$T' \left(\frac{L'}{2}, -\frac{H'}{2} \right) = T'_2$	$T \left(\frac{1}{2A}, -\frac{1}{2} \right) = 1$
$T' \left(\frac{L'}{2}, \frac{H'}{2} \right) = T'_2$	$T \left(\frac{1}{2A}, \frac{1}{2} \right) = 1$
$T' \left(-\frac{L'}{2}, \frac{H'}{2} \right) = T'_1$	$T \left(-\frac{1}{2A}, \frac{1}{2} \right) = 0$
$T'(0, 0) = \frac{T'_1 + T'_2}{2}$	$T(0, 0) = \frac{1}{2}$

2.7.3 Système d'équations gouvernantes adimensionnelles

Le système d'équations 2.50 permet de faire passer le système d'équations 2.48 de la forme dimensionnelle à sa forme adimensionnelle 2.51.

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \\ (a + Ha^2 \sin^2 \delta) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + (b - 2Ha^2 \cos \delta \sin \delta) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - (c + Ha^2 \cos^2 \delta) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \\ -Ra \frac{\partial T}{\partial x} + \lambda Da \left[\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} \right] \\ \sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \end{array} \right. \quad (2.51)$$

Les paramètres de contrôle utilisés dans le système d'équation 2.51 sont définis de 2.52 à 2.58.

$$Ha = B \left(\frac{K_2 \gamma}{\nu \rho r} \right)^{1/2} : \text{est le nombre de Hartmann} \quad (2.52)$$

$$Ra = \frac{K_2 g \beta}{\alpha \nu} : \text{est le nombre de Rayleigh} \quad (2.53)$$

$$Da : \text{est le nombre de Darcy} \quad (2.54)$$

$$K^* = \frac{K_2}{K_1} : \text{est le rapport d'anisotropie} \quad (2.55)$$

$$A = \frac{H'}{L'} : \text{est le facteur de forme géométrique de la cavité} \quad (2.56)$$

$$\lambda = \frac{\mu_{eff}}{\mu} : \text{est la viscosité relative} \quad (2.57)$$

En pratique, l'approximation $\mu_{eff} = \mu$ est souvent utilisée.

$$\text{Par conséquent, } \lambda \text{ sera pris égal à l'unité : } \lambda = 1 \quad (2.58)$$

2.8 Conditions aux limites

Dans le cadre de cette thèse, les conditions aux limites ont été étudiées à partir de la **Figure 2. 4**.

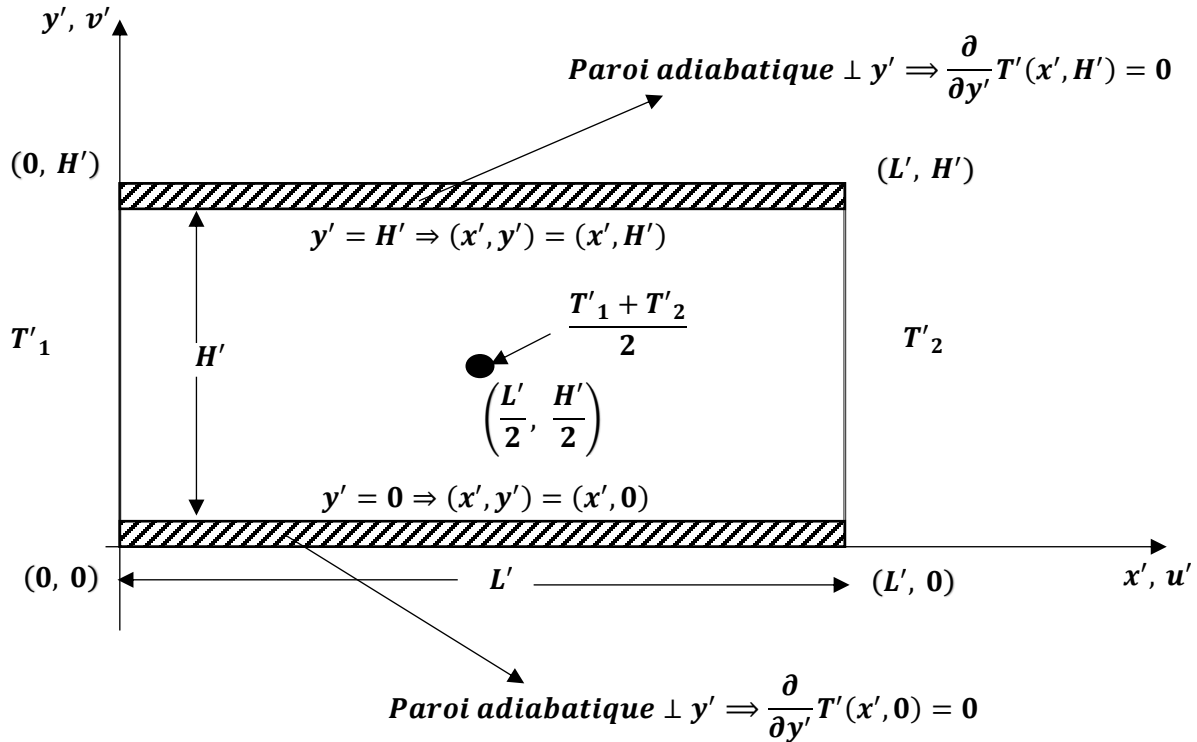


Figure 2. 4 : description des conditions aux limites

2.8.1 Conditions hydrodynamiques

Dans le modèle de Brinkman, elles se traduisent par l'adhérence du fluide aux parois ; en effet, on a :

Formes dimensionnelles	Formes adimensionnelles
2.8.1.1 Sur les parois horizontales : $\mathbf{u}'(x', 0) = \mathbf{u}'(x', H') = \mathbf{0}$	$\mathbf{u}(x, 0) = \mathbf{u}(x, 1) = \mathbf{0} \quad (2.59)$
2.8.1.2 Sur les parois verticales : $\mathbf{v}'(0, y') = \mathbf{v}'(L', y') = \mathbf{0}$	
	$\mathbf{v}(0, y) = \mathbf{v}\left(\frac{1}{A}, y\right) = \mathbf{0} \quad (2.60)$

2.8.2 Conditions thermiques

Formes dimensionnelles	Formes adimensionnelles
2.8.2.1 Sur les parois verticales :	
$T'(0, y') = T'_1$	$T(0, y) = 0$ (2.61)
$T'(L, y') = T'_2$	$T(\frac{1}{A}, y) = 1$ (2.62)
2.8.2.2 Sur les parois horizontales :	
Nous envisagerons les deux cas suivants :	
<u>Premier cas : parois adiabatiques</u>	
$\frac{\partial}{\partial y'} T'(x', 0) = 0$	$\frac{\partial}{\partial y} T(x, 0) = 0$ (2.63)
$\frac{\partial}{\partial y'} T'(x', H') = 0$	$\frac{\partial}{\partial y} T(x, 1) = 0$ (2.64)
<u>Deuxième cas : parois thermiquement conductrices</u>	
$T'(x', 0) = \frac{T'_2 - T'_1}{L'} x' + T'_1$	$T(x, 0) = A x$ (2.65)
$T'(x', H') = \frac{T'_2 - T'_1}{L'} x' + T'_1$	$T(x, 1) = A x$ (2.66)

2.9 Taux de transfert de chaleur ,

Le transfert thermique à travers la couche poreuse, mesuré à l'aide du nombre de Nusselt moyen, est évalué sur les parois verticales froide et chaude par l'expression :

$$Nu = \frac{q'}{q'_c} \quad (2.67)$$

$$q'_c = \frac{kH\Delta T}{L} \quad (2.68)$$

où q'_c est la chaleur par conduction pure à travers la couche poreuse

$$q' = \int_0^{H'} \left[k \frac{\partial T'}{\partial x'} - (\rho c_p)_f u' T' \right] dy' \quad (2.69)$$

où q'_c est la chaleur par convection à travers la couche poreuse.

L'expression du taux de transfert de chaleur en variables adimensionnelles, se présente comme suit :

$$Nu = \frac{1}{A} \int_0^1 \left(\frac{\partial T}{\partial x} - uT \right) dy \quad (2.70)$$

Conclusion :

L'équation de darcy généralisée pour un milieu poreux anisotrope, l'hypothèse de Boussinesq, les équations de base à savoir **l'équation de continuité, l'équations de quantité de mouvement et l'équation de l'énergie** nous ont permis de modéliser la convection naturelle magnétohydrodynamique dans une cavité poreuse anisotrope chauffée par les côtés par un système d'équations gouvernantes dont les termes seront discrétisés pour nous permettre de résoudre numériquement le problème.

Chapitre 3 : résolution numérique du problème

Introduction

En plus de la méthode des différences finies adoptée dans cette étude, la méthode des volumes finis est fréquemment utilisée dans les simulations numériques des problèmes de convection naturelle et de la mécanique des fluides. Lors de la simulation numérique on procède par la discrétisation, qui permet la substitution des équations différentielles de transport par des équations algébriques.

Ces équations algébriques décrivent les mêmes phénomènes physiques modélisés par les équations différentielles originales, mais en un certain nombre discret de points.

3.1 Méthode des différences finies, principe de représentation

La méthode des différences finies [22, 23] consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction, en un nombre fini de points discrets ou nœuds de maillage.

Soit le maillage régulier en 1D schématisé sur la **Figure 3. 1**.

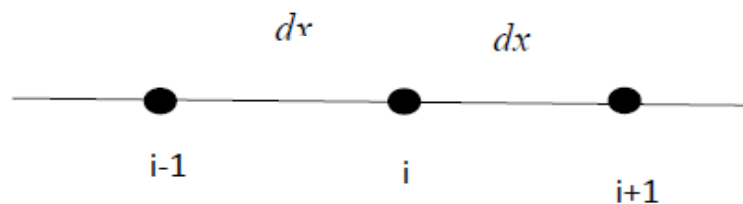


Figure 3. 1 : maillage régulier unidimensionnel

$$\text{Avec : } dx = x_i - x_{i-1} = x_{i+1} - x_i \quad (3.1)$$

On exprime les dérivées partielles en fonction des valeurs aux points de discrétisation, on a:

$$\left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial^2 x} \right]_i = \frac{\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}}{\Delta x^2} \quad (3.2)$$

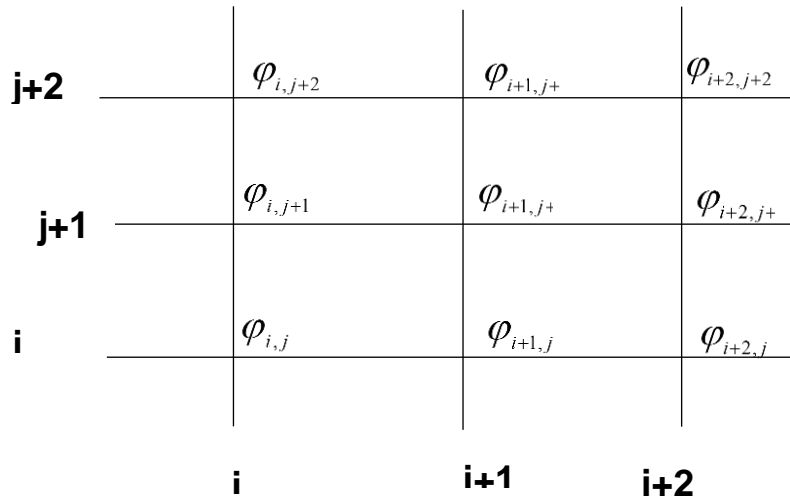
Et

$$\left[\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_i = \begin{cases} \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{\Delta x} & \text{Schéma décentré à droite} \\ \frac{\varphi_i - \varphi_{i-1}}{\Delta x} & \text{Schéma décentré à gauche} \\ \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1}}{2\Delta x} & \text{Schéma centré} \end{cases} \quad (3.3)$$

On peut noter qu'à priori, on a le choix entre les trois formes d'approximation de la dérivée première. Le schéma décentré à droite est celui que nous avons choisi pour approximer les dérivées partielles d'ordre un dans cette thèse.

3.2 Maillage et stockage des variables

Dans la simulation par la méthode des différences finies, le domaine de calcul (domaine physique) est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires appelés cellules, qui sont la résultante de l'intersection des grilles horizontales et verticales. Toutes les grandeurs température, courant et vitesse sont stockées à cette intersection, il s'agit d'un maillage simple illustré par la **Figure 3. 2**. Le domaine de calcul avec des mailles fantômes est présenté à la **Figure 3. 3**.



$$\varphi = [\psi, U, V, T]$$

Figure 3. 2 : stockage des variables

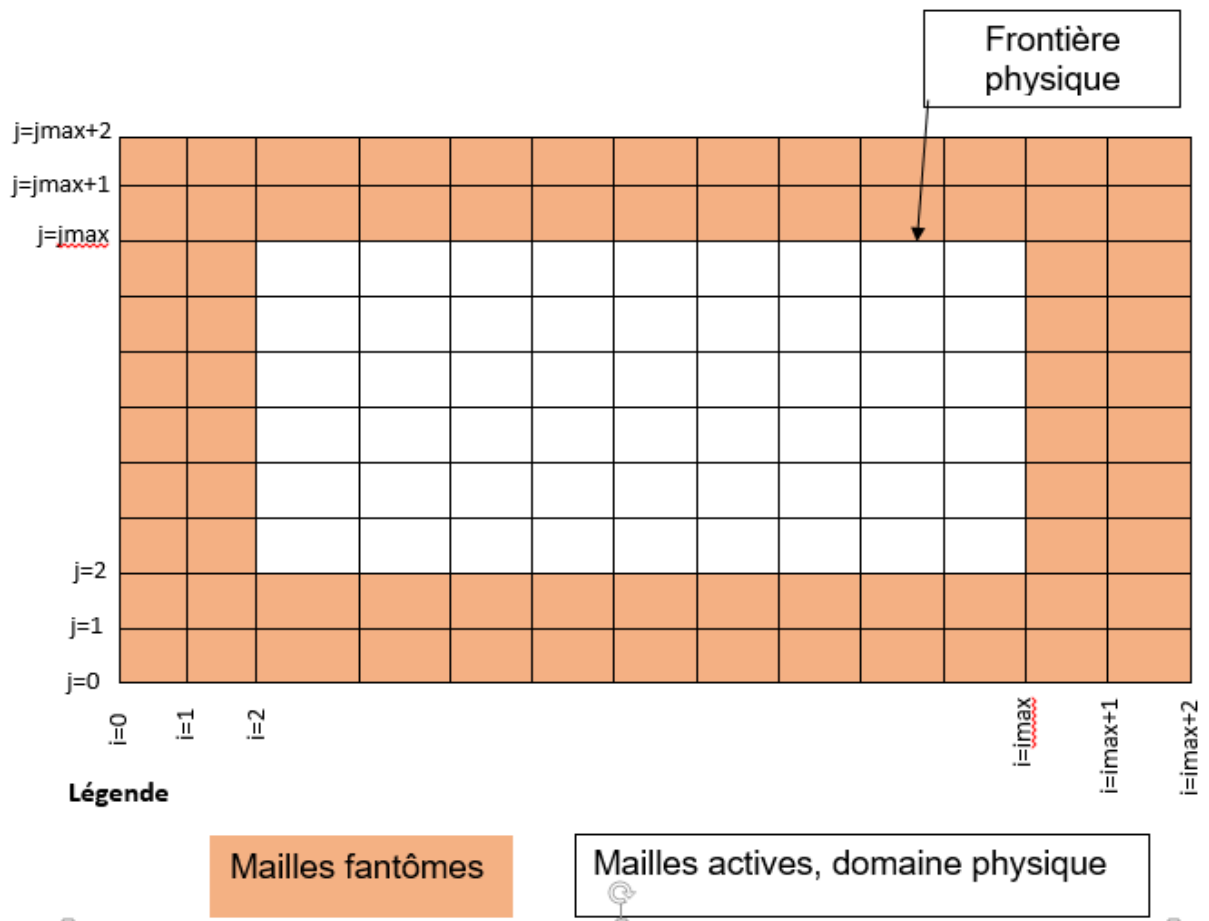


Figure 3. 3 : domaine de calcul avec des mailles fantômes

3.3 Discrétisation des équations gouvernantes

Les termes du système d'équations gouvernantes obtenu lors de la formulation mathématique ont été discrétisés en vue d'une résolution numérique.

3.3.1 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement

L'équation de quantité de mouvement du fluide convectif est la suivante :

$$\begin{aligned} & \left(K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \frac{K_2 B^2 \gamma}{\nu \rho r} \cos^2 \delta \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left((1 - K^*) \sin 2 \theta - \right. \\ & \left. 2B^2 \left(\frac{K_2 \gamma}{\nu \rho r} \right) \cos \delta \sin \delta \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + \left(K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \frac{K_2 \beta^2 \gamma}{\nu \rho r} \sin^2 \delta \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = - \frac{K_2 g \beta}{\nu} \frac{\partial T}{\partial x} + \\ & \frac{K_2 \mu_{eff}}{\nu \rho r} \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

En posant :

$$a' = K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \frac{K_2 B^2 \gamma}{\nu \rho r} \cos^2 \delta \quad (3.5)$$

$$b' = \left((1 - K^*) \sin 2 \theta - 2B^2 \left(\frac{K_2 \gamma}{\nu \rho r} \right) \cos \delta \sin \delta \right) \quad (3.6)$$

$$c' = K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \frac{K_2 \beta^2 \gamma}{\nu \rho r} \sin^2 \delta \quad (3.7)$$

$$\text{Avec : } Ha = B \left(\frac{K_2 \gamma}{\nu \rho r} \right)^{1/2} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} d &= - \frac{K_2 g \beta}{\nu} \\ &= - \frac{K_2 g \beta H' \Delta T'}{\alpha \nu} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$= -Ra$$

$$\begin{aligned} e &= - \frac{K_2 \mu_{eff}}{\nu \rho r} \\ &= \lambda \frac{K_2}{H^2} \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$= \lambda Da$$

Dans la pratique, on adopte $\lambda = 1$, par conséquent :

$$e = Da = \frac{K_2}{H^2} \quad (3.11)$$

Sous forme adimensionnelle, l'équation (3.4) devient :

$$a' \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + b' \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + c' \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = d \frac{\partial T}{\partial x} + e \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} \right) \quad (3.12)$$

La discrétisation de tous les termes aux dérivées partielles (voir équations 3.14 à 3.20) de l'équation 3.12 donne :

$$a' \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right]_{i,j} + b' \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right]_{i,j} + c' \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right]_{i,j} = d \left[\frac{\partial T}{\partial x} \right]_{i,j} + e \left[\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} \right]_{i,j} + 2e \left[\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} \right]_{i,j} + e \left[\frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} \right]_{i,j} \quad (3.13)$$

$$\left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right]_{i,j} = \frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{\Delta x^2} \quad (3.14)$$

$$\left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right]_{i,j} = \frac{\psi_{i+1,j+1} - \psi_{i+1,j-1} + \psi_{i-1,j-1} - \psi_{i-1,j+1}}{4\Delta x \Delta y} \quad (3.15)$$

$$\left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right]_{i,j} = \frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{\Delta y^2} \quad (3.16)$$

$$\left[\frac{\partial T}{\partial x} \right]_{i,j} = \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x} \quad (3.17)$$

$$\left[\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} \right]_{i,j} = \frac{\psi_{i+2,j} - 4\psi_{i+1,j} + 6\psi_{i,j} - 4\psi_{i-1,j} + \psi_{i-2,j}}{\Delta x^4} \quad (3.18)$$

$$\left[\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} \right]_{i,j} = \frac{\psi_{i-1,j+1} - 2\psi_{i,j+1} + \psi_{i+1,j+1} - 2\psi_{i-1,j} + 4\psi_{i,j} - 2\psi_{i+1,j} + \psi_{i-1,j-1} - 2\psi_{i,j-1} + \psi_{i+1,j-1}}{4\Delta x^2 \Delta y^2} \quad (3.19)$$

$$\left[\frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} \right]_{i,j} = \frac{\psi_{i,j+2} - 4\psi_{i,j+1} + 6\psi_{i,j} - 4\psi_{i,j-1} + \psi_{i,j-2}}{\Delta y^4} \quad (3.20)$$

Après regroupement et arrangement de tous les termes discrétisés, nous obtenons l'équation linéaire suivante :

$$\begin{aligned} & -q\psi_{i-2,j} + f\psi_{i-1,j-1} + h\psi_{i-1,j} - g\psi_{i-1,j+1} - p\psi_{i,j-2} + l\psi_{i,j-1} - m\psi_{i,j} + l\psi_{i,j+1} \\ & - p\psi_{i,j+2} - g\psi_{i+1,j-1} + h\psi_{i+1,j} + f\psi_{i+1,j+1} - q\psi_{i+2,j} = s(T_{i+1,j} - T_{i,j}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

où les coefficients f, h, l, m, g, s, p et q sont définis par :

$$g = \frac{b * \Delta x^3 * \Delta y^3}{4} + \frac{e * \Delta x^2 * \Delta y^2}{2} \quad (3.22)$$

$$f = \frac{b * \Delta x^3 * \Delta y^3}{4} - \frac{e * \Delta x^2 * \Delta y^2}{2} \quad (3.23)$$

$$h = a * \Delta x^2 * \Delta y^4 + 4 * e * \Delta y^4 + e * \Delta x^2 * \Delta y^2 \quad (3.24)$$

$$l = c * \Delta x^4 * \Delta y^2 + 4 * e * \Delta x^4 + e * \Delta x^2 * \Delta y^2 \quad (3.25)$$

$$p = e * \Delta x^4 \quad (3.26)$$

$$q = e * \Delta y^4 \quad (3.27)$$

$$s = d * \Delta x^3 * \Delta y^4 \quad (3.28)$$

$$m = (2a * \Delta x^2 \Delta y^4) + 2a * \Delta x^4 \Delta y^2 + 6e(\Delta x^4 + \Delta y^4) + 2\Delta x^2 \Delta y^2 \quad (3.29)$$

3.3.2 Discrétisation de l'équation de l'énergie

L'équation de l'énergie du fluide convectif est donnée par l'expression (3.30):

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \alpha = 1, \sigma = 1 \quad (3.30)$$

La discrétisation de tous les termes de l'équation (3.30) conduit à celle 3.31.

$$\left[\frac{\partial T}{\partial t} \right]_{i,j}^{n+1} + U_{i,j} \left[\frac{\partial T}{\partial x} \right]_{i,j} + V_{i,j} \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{i,j} = \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]_{i,j} + \left[\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right]_{i,j} \quad (3.31)$$

Cette discrétisation est faite en remplaçant les dérivées partielles continues par leurs correspondantes discrètes données par les équations 3.32 à 3.36.

$$\left[\frac{\partial T}{\partial t} \right]_{i,j}^{n+1} = \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (3.32)$$

Les parois horizontales de la cavité étant adiabatiques (pas d'échange d'énergie avec le milieu extérieur), alors $\left[\frac{\partial T}{\partial t} \right]_{i,j}^{n+1} = 0$ au niveau de ces parois.

En ce qui concerne l'enceinte de la cavité, nous avons assimilé $\left[\frac{\partial T}{\partial t} \right]_{i,j}^{n+1}$ à un gradient de température dans notre étude.

$$\left[\frac{\partial T}{\partial x} \right]_{i,j} = \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x} \quad (3.33)$$

$$\left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{i,j} = \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y} \quad (3.34)$$

$$\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]_{i,j} = \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} \quad (3.35)$$

$$\left[\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right]_{i,j} = \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} \quad (3.36)$$

Après discrétisation, regroupement et arrangement de tous les termes, nous obtenons l'équation linéaire suivante :

$$\begin{aligned} & (\Delta y^2 - \Delta x \Delta y^2 * U_{i,j}) * T_{i+1,j} + (\Delta x^2 - \Delta x \Delta y^2 * V_{i,j}) * T_{i,j+1} + \Delta y^2 * T_{i-1,j} + \Delta x^2 * T_{i,j-1} \\ & (\Delta x \Delta y^2 * U_{i,j} + \Delta x^2 \Delta y * V_{i,j} - 2\Delta x^2 - 2\Delta y^2) * T_{i,j} = \left[\frac{\partial T}{\partial t} \right]_{i,j}^{n+1} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Cette équation décrit la distribution de la fonction de température au sein de la cavité qui est fonction des vitesses d'écoulement dans les deux directions.

3.3.3 Discrétisation des équations de continuité

La discrétisation des équations de continuité est donnée par :

$$\begin{cases} U_{i,j} = \frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{\Delta y} \\ V_{i,j} = \frac{\psi_{i,j} - \psi_{i+1,j}}{\Delta x} \end{cases} \quad (3.38)$$

3.4 Système d'équations gouvernantes discrétisées

En mettant ensemble, les quatre équations discrétisées, nous obtenons le système 3.39 d'équations discrétisées.

$$\left\{ \begin{array}{l}
U_{i,j} = \frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{\Delta y} \\
V_{i,j} = \frac{\psi_{i,j} - \psi_{i+1,j}}{\Delta x} \\
-q\psi_{i-2,j} + f\psi_{i-1,j-1} + h\psi_{i-1,j} - g\psi_{i-1,j+1} - p\psi_{i,j-2} + l\psi_{i,j-1} - m\psi_{i,j} + l\psi_{i,j+1} - p\psi_{i,j+2} - g\psi_{i+1,j-1} \\
+h\psi_{i+1,j} + f\psi_{i+1,j+1} - q\psi_{i+2,j} = s(T_{i+1,j} - T_{i,j}) \\
(\Delta y^2 - \Delta x \Delta y^2 * U_{i,j}) * T_{i+1,j} + (\Delta x^2 - \Delta x \Delta y^2 * V_{i,j}) * T_{i,j+1} + \Delta y^2 * T_{i-1,j} + \Delta x^2 * T_{i,j-1} \\
(\Delta x \Delta y^2 * U_{i,j} + \Delta x^2 \Delta y * V_{i,j} - 2\Delta x^2 - 2\Delta y^2) * T_{i,j} = \left[\frac{\partial T}{\partial t} \right]_{i,j}^{n+1}
\end{array} \right. \quad (3.39)$$

3.5 Discrétisation du taux de transfert de chaleur

La discrétisation de l'équation (2.70) donne :

$$Nu = \frac{1}{A} \left(\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta x} - U_{i,j} T_{i,j} \right) \quad (3.40)$$

3.6 Solution du système d'équations discrétisées

3.6.1 Etapes de résolution du système d'équations discrétisées

Les différentes étapes de résolution du système d'équations discrétisées sont résumées dans la **Figure 3. 4**.

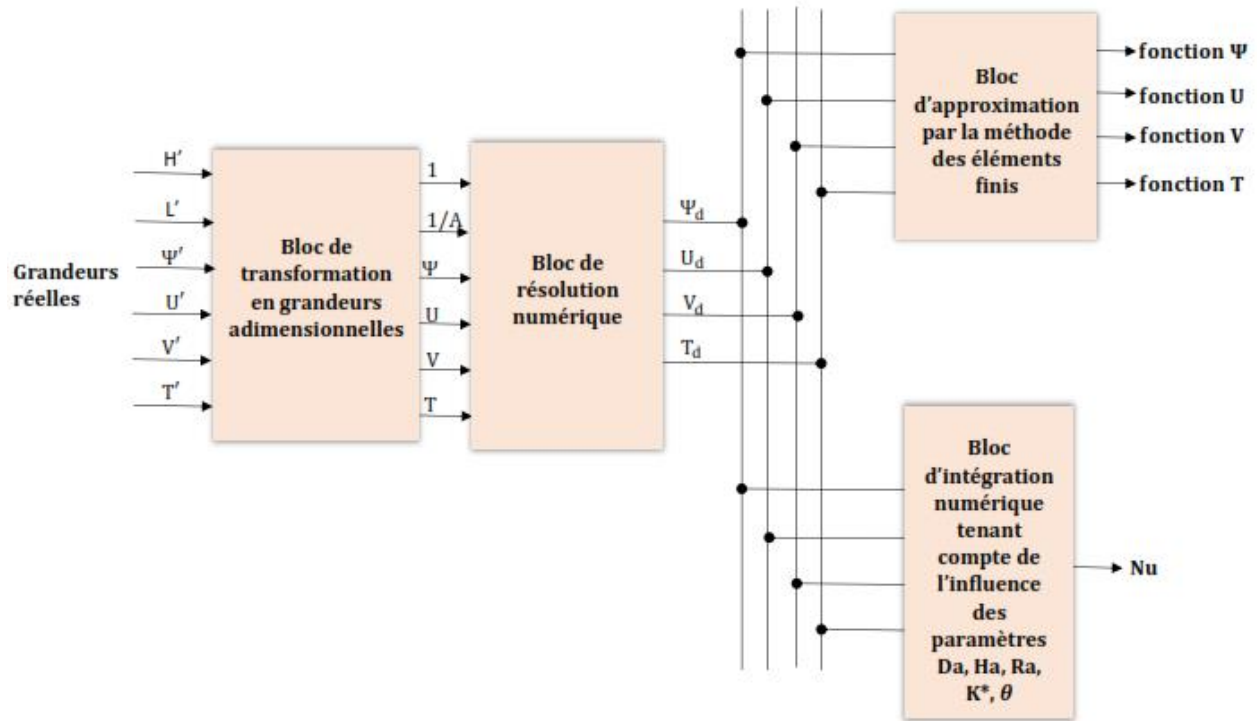


Figure 3. 4 : schéma de résolution numérique

3.7.2. Procédures de résolution du système d'équations discrétisées

La cavité de largeur L et de hauteur H est décomposée suivant un grillage carré de taille M où M représente à la fois le nombre de lignes et le nombre de colonnes.

La résolution du système d'équations gouvernantes discrétisées consiste à remplacer les solutions de l'équation linéaire de quantité de mouvement $[A] \cdot Si = B$, correspondant à la troisième ligne du système, dans les trois équations restantes pour déterminer les autres inconnues. La résolution de cette équation linéaire nécessite la connaissance de la matrice $[A]$ et du vecteur B et permet de déterminer les valeurs des inconnues Si qui se présentent comme suit :

$$Si = [Si(1,1), Si(1,2), \dots, Si(1, M), Si(2,1), Si(2,2), \dots, Si(2,M) \dots, Si(M,1), \dots, Si(M,M-1), Si(M,M)]$$

Le vecteur B est le vecteur des constantes qui est fonction des valeurs des températures T_i . Comme valeurs initiales, nous avons considéré que la distribution de la température suit une loi linéaire $T_i=A_i$, où A représenté le rapport de forme.

La matrice [A] quant à elle, est construite à partir des coefficients q, f, h, g, p, l, m définis dans la section 4.1. et de la répétition en plusieurs motifs d'une sous-matrice [P] avec des décalages à gauche et à droite. En discrétisant le domaine L*H en un maillage 7*7, la sous-matrice [P] est représentée sur le Tableau 3. 1.

Tableau 3. 1 : sous matrice [P]

-q	0	0	0	0	0	0	h	-g	0	0	0	0	0	-m	l	-p	0	0	0	0	h	f	0	0	0	0	0	-q	0	0	0	0	0	0	
0	-q	0	0	0	0	0	f	h	-g	0	0	0	0	l	-m	l	-p	0	0	0	-g	h	f	0	0	0	0	0	-q	0	0	0	0	0	
0	0	-q	0	0	0	0	0	f	h	-g	0	0	0	-p	l	-m	l	-p	0	0	0	-g	h	f	0	0	0	0	0	-q	0	0	0	0	
0	0	0	-q	0	0	0	0	0	f	h	-g	0	0	0	-p	l	-m	l	-p	0	0	0	-g	h	f	0	0	0	0	0	-q	0	0	0	
0	0	0	0	-q	0	0	0	0	0	f	h	-g	0	0	0	-p	l	-m	l	-p	0	0	0	-g	h	f	0	0	0	0	0	-q	0	0	
0	0	0	0	0	-q	0	0	0	0	0	f	h	-g	0	0	0	-p	l	-m	l	0	0	0	0	-g	h	f	0	0	0	0	0	-q	0	
0	0	0	0	0	0	-q	0	0	0	0	0	f	h	-g	0	0	0	-p	l	-m	l	0	0	0	0	-g	h	f	0	0	0	0	0	-q	0
0	0	0	0	0	0	0	-q	0	0	0	0	0	f	h	0	0	0	0	-p	l	-m	0	0	0	0	-g	h	0	0	0	0	0	0	0	-q

A titre d'exemple, en se positionnant au point $(i, j) = (3,3)$, on obtient :

$$-q * Si(1,3) + f * Si(2,2) + h * Si(2,3) - g * Si(2,4) - p * Si(3,1) + l * Si(3,2) - m * Si(3,3) + l * Si(3,4) - p * Si(3,5) - g * Si(4,2) + h * Si(4,3) + f * Si(4,4) - q * Si(5,3) = s * (Ti(4,3) - Ti(3,3)) \quad (3.41)$$

Une fois les deux paramètres (A et B) connus, les valeurs du Si sont facilement calculées par la division matricielle de A par B. Les valeurs du Si étant connues, les valeurs des vitesses U et V sont directement

déterminées à partir de leurs expressions, qui sont fonction des valeurs du courant Si

$$\begin{cases} U_{i,j} = \frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{\Delta y} \\ V_{i,j} = \frac{\psi_{i,j} - \psi_{i+1,j}}{\Delta x} \end{cases} \quad (3.42)$$

Les valeurs des vitesses U et V étant connues, elles sont introduites dans l'équation discrétisée de l'énergie qui est également un système d'équations linéaires avec une résolution matricielle, pour calculer de nouvelles valeurs de température en chaque point de la cavité qui seront réinjectées à nouveau dans l'équation linéaire initiale (à savoir l'équation de quantité de mouvement) $A \cdot Si = B$, et reprendre le processus de résolution jusqu'à la convergence totale du système.

$$\begin{aligned} & (\Delta y^2 - \Delta x \Delta y^2 * U_{i,j}) * T_{i+1,j} + (\Delta x^2 - \Delta x \Delta y^2 * V_{i,j}) * T_{i,j+1} + \Delta y^2 * T_{i-1,j} + \Delta x^2 * T_{i,j-1} + \\ & (\Delta x \Delta y^2 * U_{i,j} + \Delta x^2 \Delta y * V_{i,j} - 2\Delta x^2 - 2\Delta y^2) * T_{i,j} = \left[\frac{\partial T}{\partial t} \right]_{i,j}^{n+1} \end{aligned} \quad (3.43)$$

Une fois les valeurs discrètes des fonctions courantes, vitesses et température connues, nous allons utiliser la méthode des éléments finis [30, 31] pour approximer lesdites fonctions par des fonctions continue dans un plan en x et y.

Pour l'approximation par la méthode des éléments finis, nous avons considéré un repère de référence constitué de 9 points.

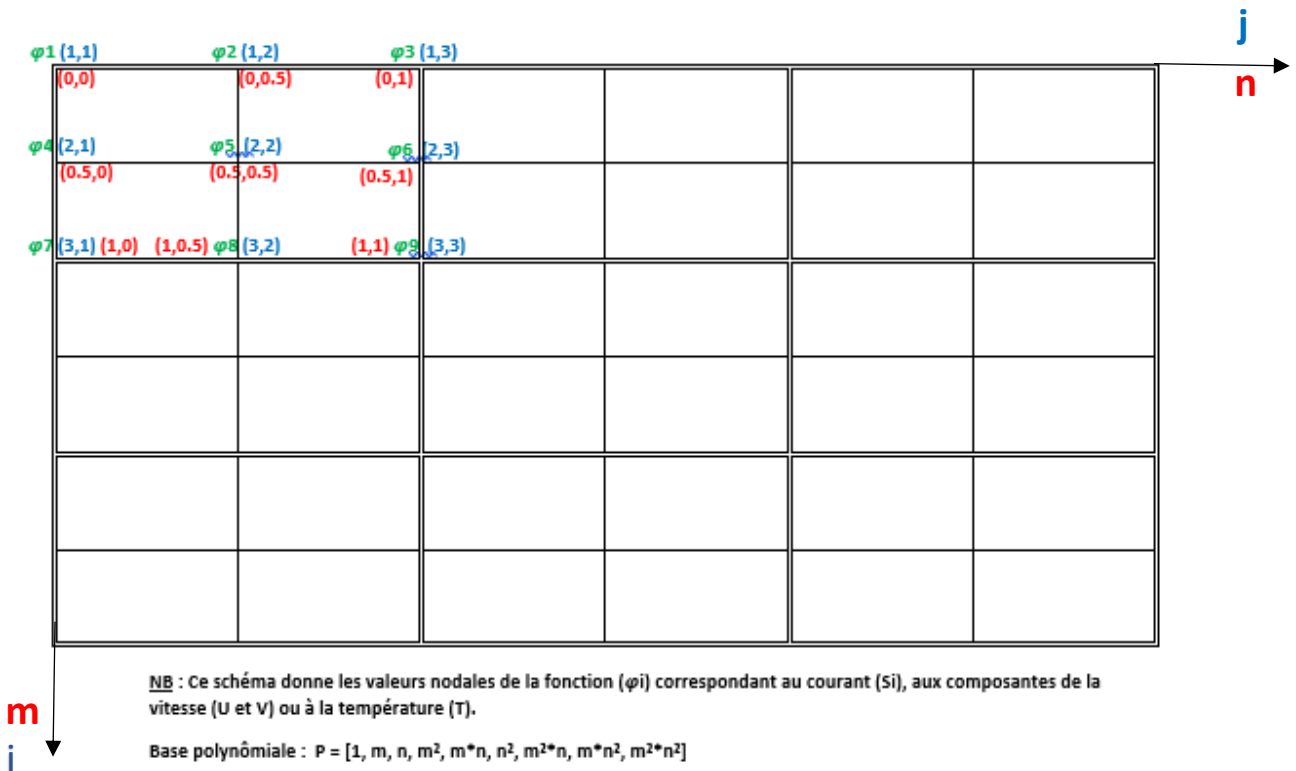


Figure 3. 5 : schéma illustrant la méthode des éléments fini

Les coordonnées des points de référence sont (0,0) ; (0, 0.5) ; (0, 1) ; (0.5,0) ; (0.5, 0.5) ; (0.5, 1) ; (1, 0) ; (1, 0.5) ; (1, 1).

À chacun de ces points de référence, nous avons associé des valeurs nodales constituées des valeurs obtenues par la discrétisation des fonctions courant, vitesse U, vitesse V et température notées respectivement S_i , U_i , V_i et T_i .

La base polynomiale associée aux 9 points est le suivant :

$$[1, m, n, m \cdot m, m \cdot n, n \cdot n, m \cdot m \cdot n, m \cdot n \cdot n, m \cdot m \cdot n \cdot n]$$

3.7 Algorithme de résolution du système d'équations discrétisées

Nous résumons toutes les procédures utilisées pour la résolution du système d'équations gouvernantes dans l'algorithme de la **Figure 3. 6**.

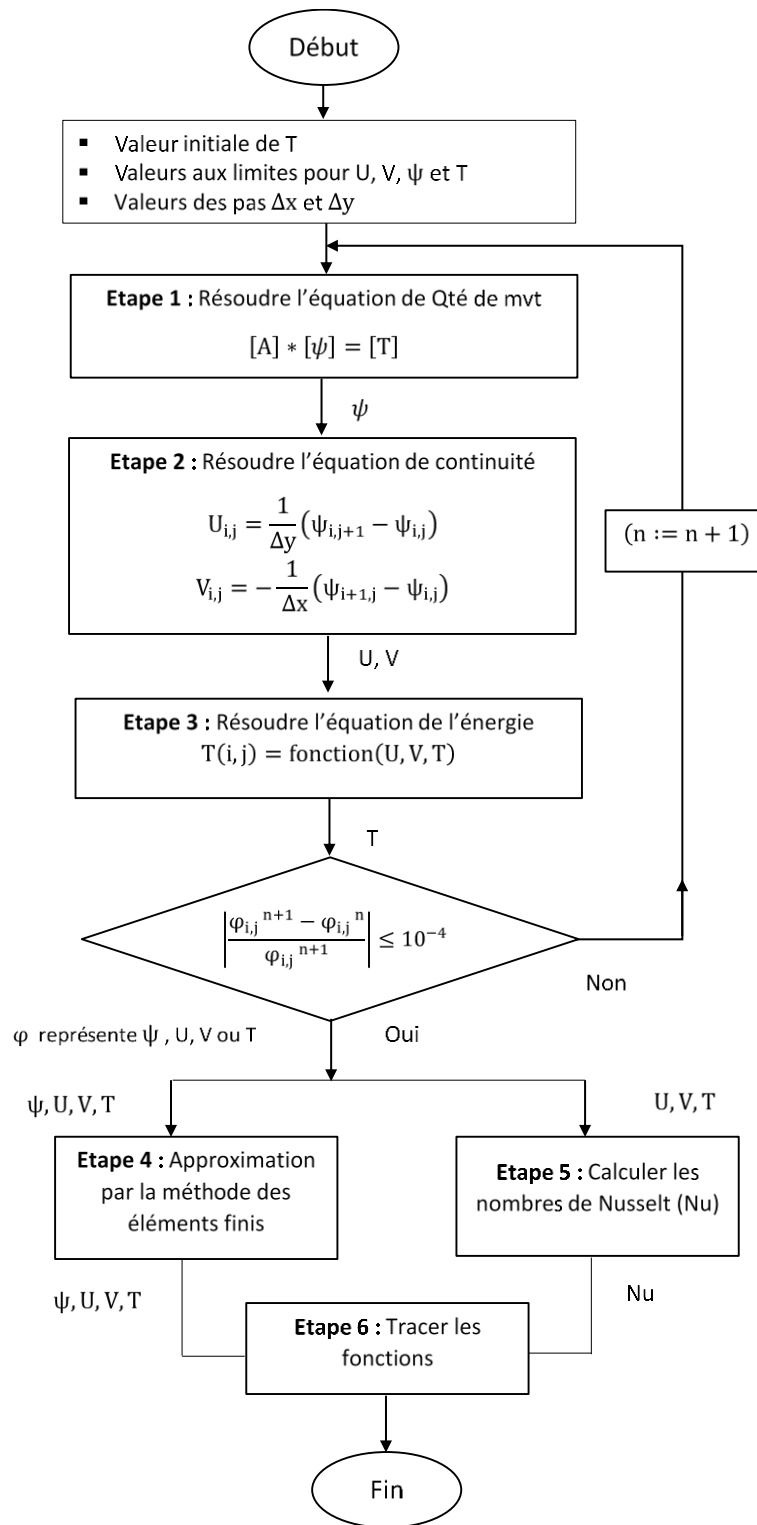


Figure 3. 6 : algorithme de résolution

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons discrétisé les termes aux dérivées partielles du système d'équations gouvernantes obtenu lors de la formulation mathématique en vue d'une résolution numérique. Nous avons défini les procédures de résolution du système d'équations discrétisées utilisées.

Une fois les valeurs discrètes des fonctions courantes, vitesses et température connues, nous avons utilisé la méthode des éléments finis pour approximer lesdites fonctions par des fonctions continues qui ont été tracées dans un plan en x et y .

Nous avons élaboré un algorithme illustré par la **Figure 3. 6.** qui résume toutes les procédures utilisées pour la résolution du système d'équations gouvernantes.

Chapitre 4 : résultats et discussions

Introduction

Dans ce chapitre réservé aux résultats et discussions, nous allons présenter les résultats obtenus dans cette étude puis les comparer à ceux obtenus par d'autres auteurs cités dans la revue bibliographique. Enfin, nous ferons la discussion des résultats obtenus.

4.1 Validation du code de résolution numérique

4.1.1 Choix du maillage

La taille du maillage sert à discrétiser notre cavité en un nombre fini de points N_e où les différentes fonctions sont à évaluer ($N_e = N_{ex} * N_{ey}$, N_{ex} et N_{ey} représentent respectivement le nombre d'éléments selon les directions x et y). Cette taille symbolise la division uniforme des dimensions de la cavité vue au travers de son rapport de forme.

Pour notre étude, nous avons établi la corrélation entre la taille du maillage permettant d'obtenir des résultats les plus exactes possibles et le rapport de forme de la cavité.

➤ Cas d'un rapport de forme de la cavité A égal à 2,5

Le Tableau 4. 1 nous montre l'influence du maillage dans le cas considéré.

Tableau 4. 1: influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 2,5

Maillage	09*09	21*21	35*35	67*67	87*87	89*89	91*91	93*93
Phi_max	0,0560	0,0209	0,0142	0,0105	0,0097	0,0096	0,0095	0,0095
U_max	0,1399	0,0774	0,0578	0,0456	0,0430	0,0428	0,0426	0,0424
V_max	0,4737	0,2288	0,1775	0,1511	0,1450	0,1445	0,1441	0,1437

Les valeurs présentes dans le Tableau 4. 1 sont illustrées par les courbes de la Figure 4. 1.

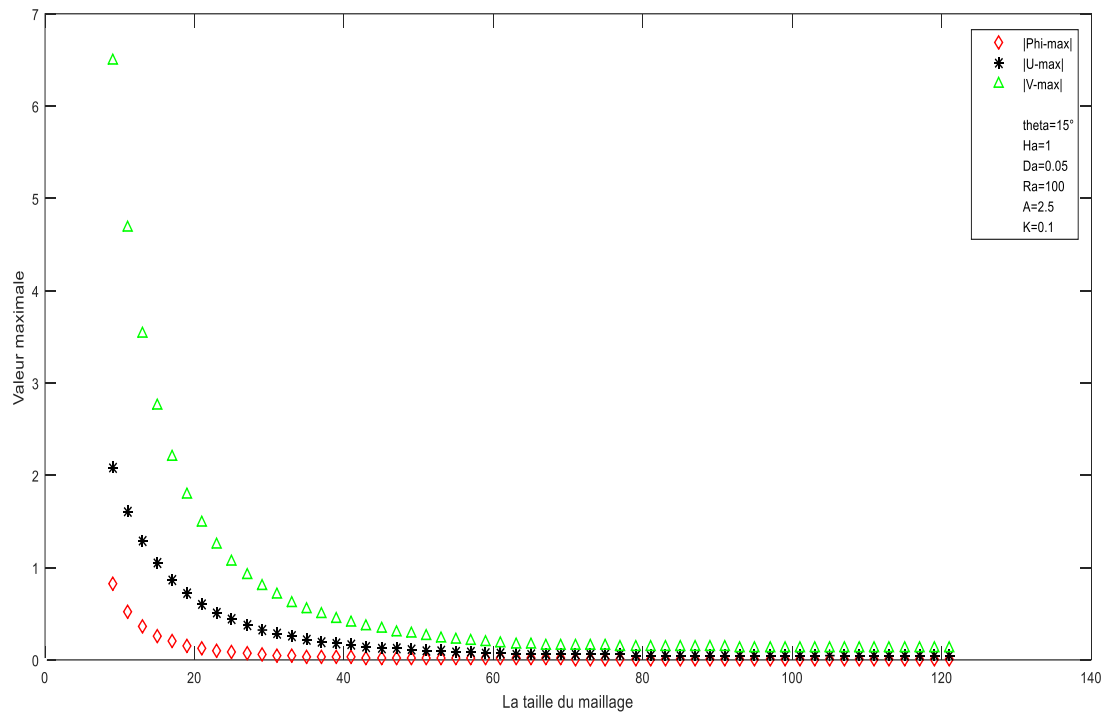


Figure 4. 1: influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 2,5

Le Tableau 4. 1 et la Figure 4. 1 montrent que les fonctions $|\Phi_{max}|$, $|U_{max}|$ et $|V_{max}|$ deviennent très faiblement variablement à partir de la grille (87 x 87). Nous pouvons donc considérer qu'à partir du maillage 87*87, les résultats deviennent indépendants du maillage.

➤ Cas d'un rapport de forme de la cavité A égal à 1

Dans le Tableau 4. 2, nous avons présenté l'influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 1

Tableau 4. 2: influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 1

Maillage	09*09	21*21	35*35	67*67	87*87	89*89	91*91	93*93
Phi_max	1,4744	0,6871	0,5076	0,3988	0,3740	0,3723	0,3705	0,3688
U_max	3,8045	1,9929	1,5441	1,2570	1,1896	1,1856	1,1798	1,1759
V_max	5,5790	3,3122	2,7315	2,3538	2,2643	2,2577	2,2513	2,2453

Les valeurs présentes dans le Tableau 4. 2 sont illustrées par les courbes de la Figure 4. 2.

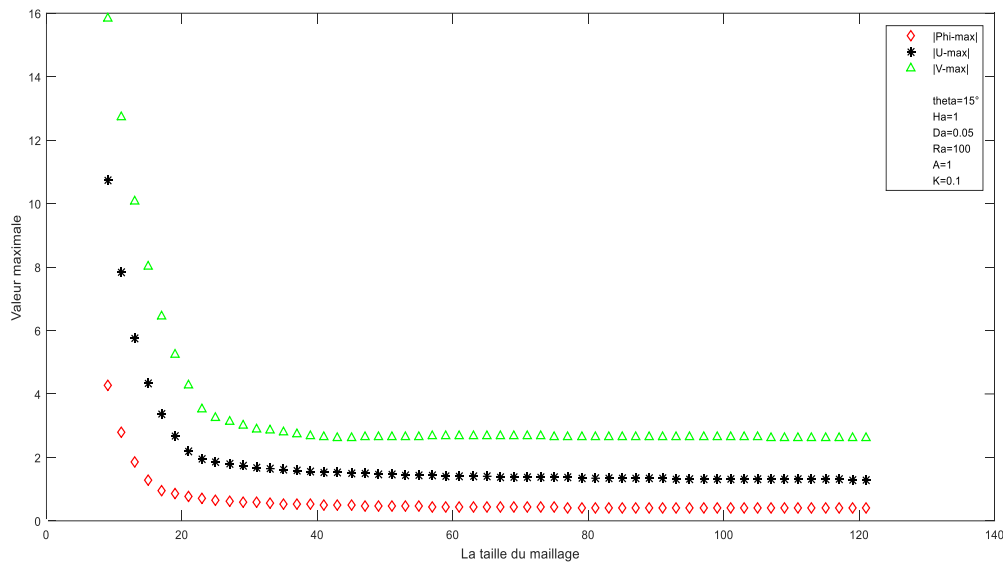


Figure 4. 2: influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 1

Le Tableau 4. 2 et la Figure 4. 2 montrent que les fonctions $|\Phi_{max}|$, $|U_{max}|$ et $|V_{max}|$ deviennent très faiblement variablement à partir de la grille (87 x 87). Nous pouvons donc considérer qu'à partir du maillage 87*87, les résultats deviennent indépendants du maillage.

➤ Cas d'un rapport de forme de la cavité A égal à 0,5

Dans le Tableau 4. 3, nous avons présenté l'influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 0,5

Tableau 4. 3 : influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 0,5

Maillage	09*09	21*21	35*35	67*67	87*87	89*89	91*91	93*93
Phi_max	2,4810	1,6147	1,2813	1,0456	0,9901	0,9864	0,9816	0,9785
U_max	6,3288	4,5576	3,7651	3,1819	3,0388	3,0285	3,0184	3,0082
V_max	5,7836	5,7749	4,7633	4,0581	3,8808	3,8663	3,8501	3,8324

Les valeurs présentes dans le Tableau 4. 3 sont illustrées par les courbes de la Figure 4. 3.

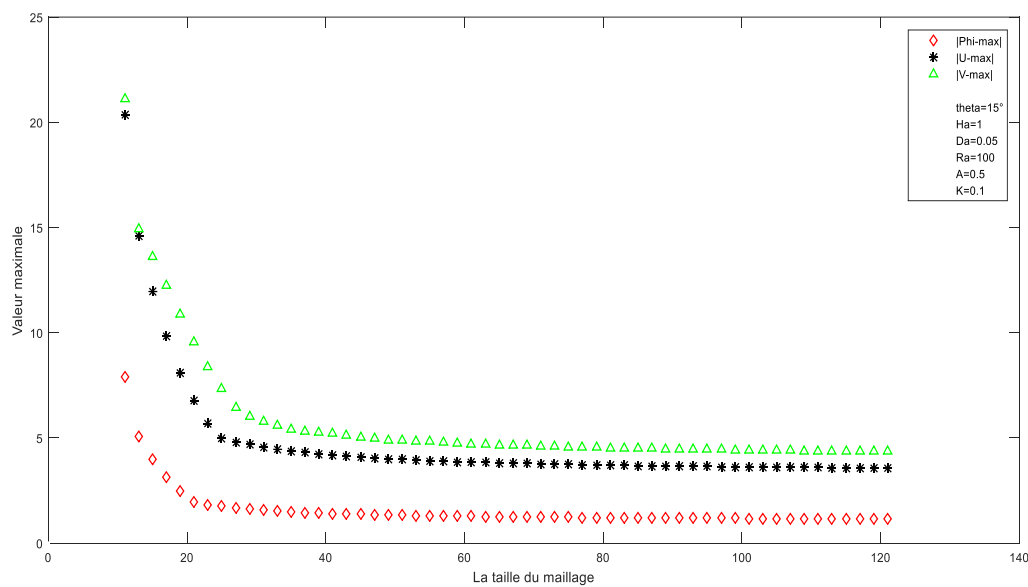


Figure 4. 3 : influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 0,5

Le Tableau 4.3 et la Figure 4. 3 montrent que les fonctions $|\Phi_{\max}|$, $|U_{\max}|$ et $|V_{\max}|$ deviennent très faiblement variables à partir de la grille (87 x 87). Nous pouvons donc considérer qu'à partir du maillage 87*87, les résultats deviennent indépendants du maillage.

➤ Cas d'un rapport de forme de la cavité A égal à 0,3

Dans ce cas aussi, nous avons présenté dans le Tableau 4. 4 l'influence du maillage

Tableau 4. 4 : influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 0,3

Maillage	09*09	21*21	35*35	67*67	87*87	89*89	91*91	93*93
Phi_max	1,9237	1,6541	1,3775	1,1422	1,0767	1,0722	1,0666	1,0610
U_max	4,4943	4,5810	4,0260	3,4582	3,2838	3,2740	3,2633	3,2482
V_max	3,3454	4,7571	5,0100	4,3621	4,1181	4,1103	4,1003	4,0883

Les valeurs présentes dans le Tableau 4. 4 sont illustrées par les courbes de la Figure 4. 4.

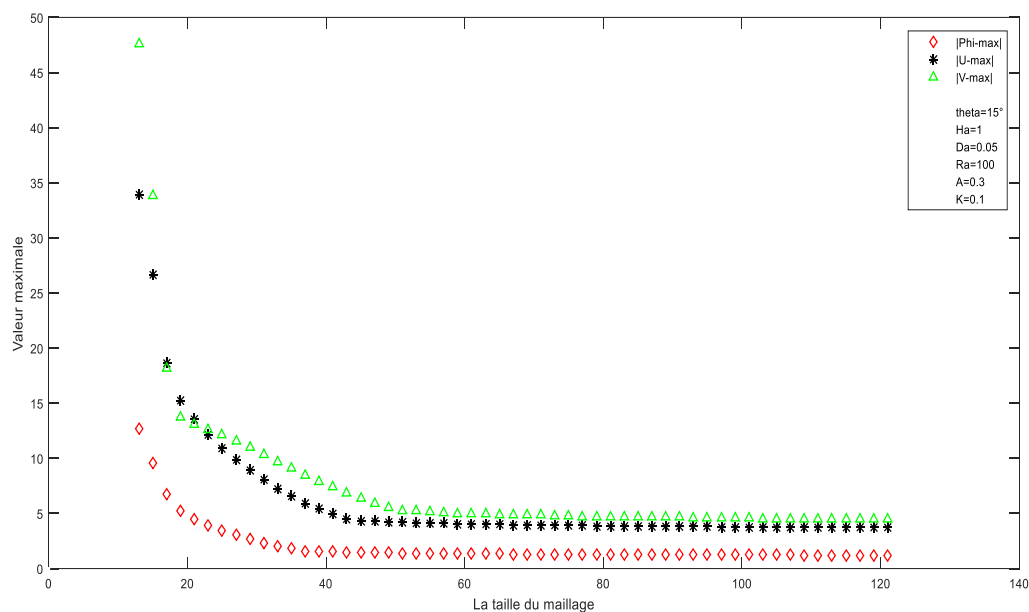


Figure 4. 4 : influence du maillage pour un rapport de forme de la cavité A égal à 0,3

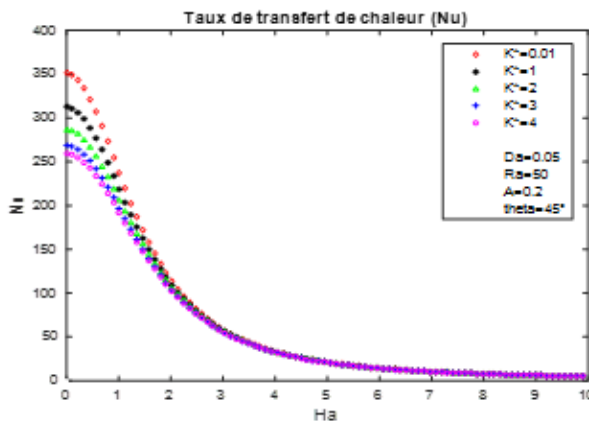
Le Tableau 4. 4 et la Figure 4. 4 montrent que les fonctions $|\Phi_{max}|$, $|U_{max}|$ et $|V_{max}|$ deviennent très faiblement variables à partir de la grille (87 x 87). Nous pouvons donc considérer qu'à partir du maillage 87*87, les résultats deviennent indépendants du maillage.

4.1.2 Validation qualitative du programme numérique

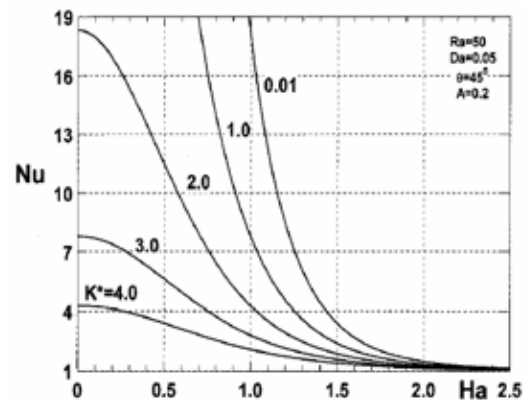
Le programme numérique élaboré, basé sur les méthodes de discrétisation et des éléments finis, pour résoudre les équations gouvernantes, est validé qualitativement en prenant comme références certaines études disponibles

dans la littérature, en particulier, celles effectuées par Akowanou et Degan [2] et Mahidjiba [29] qui ont étudié analytiquement et numériquement ce problème, les résultats sont présentés aux Figures 4.5 à 4.7.

La **Figure 4.5** montre l'influence du nombre de Hartmann Ha sur le taux de transfert de chaleur dans le milieu poreux pour différentes valeurs du rapport des perméabilités K^* . Ces courbes illustrent que le taux de transfert de chaleur par convection pour différentes valeurs de K^* , décroît progressivement jusqu'au régime de conduction pure pour lequel Nu avoisine la valeur 1 lorsque Ha croît. La valeur de K^* permettant d'atteindre le régime de conduction pure, est fonction du nombre de Hartmann, donc du champ magnétique transversal. De même, le transfert de chaleur par convection croît avec le nombre de Hartmann dans la condition où le rapport d'anisotropie en perméabilité K^* du milieu poreux diminue.



Présent travail :
Résolution numérique

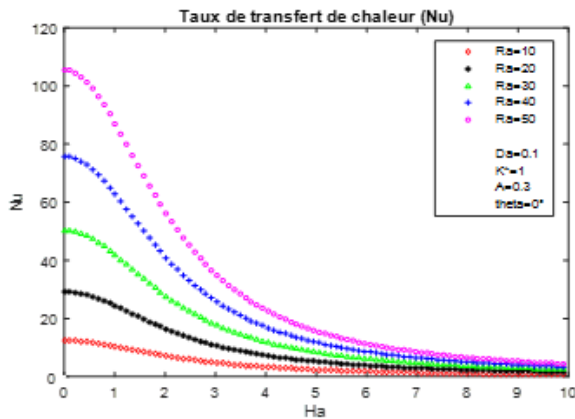


Travail existant :
Résolution analytique

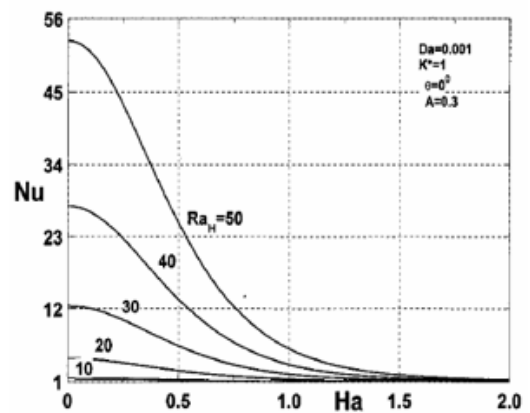
Figure 4.5 : taux de transfert de chaleur pour différentes valeurs de K^* en fonction de Ha pour le présent travail et celui de Akowanou et Degan [2]

La **Figure 4.6** montre les effets du nombre de Hartmann Ha sur le taux de transfert de chaleur en milieu poreux pour différentes valeurs du nombre de

Rayleigh Ra. Ces figures illustrent que le transfert de chaleur par convection pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra décroît rapidement jusqu'au régime de conduction pure pour lequel Nu avoisine la valeur 1 lorsque le nombre de Hartmann Ha augmente. La valeur de Ra pour laquelle le régime de conduction pure est atteint dépend du nombre de Hartmann, donc du champ magnétique transversal. Aussi, nous constatons que le transfert de chaleur par convection croît pour de faibles nombres de Hartmann Ha lorsque le nombre de Rayleigh Ra augmente.



Présent travail :
Résolution numérique

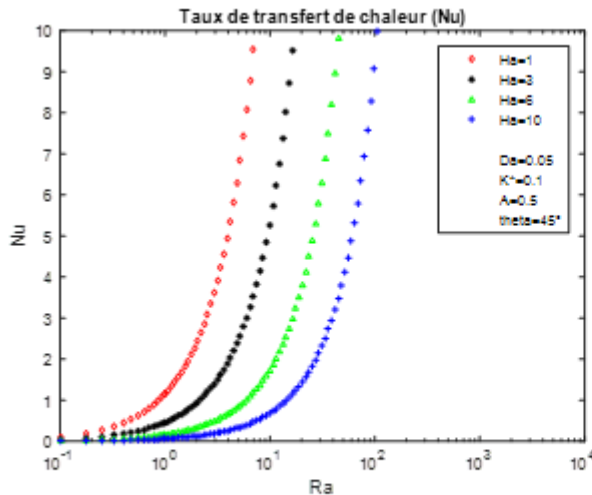


Travail existant :
Résolution analytique

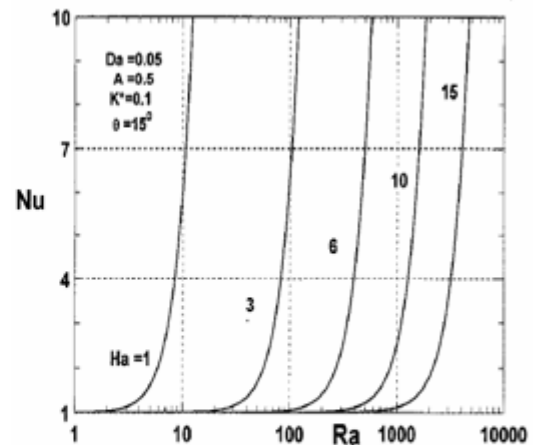
Figure 4. 6 : taux de transfert de chaleur pour différentes valeurs de Ra en fonction de Ha pour le présent et celui de Akowanou et Degan [2]

Les effets de la variation du nombre de Rayleigh Ra sur le transfert de chaleur par convection dans le milieu poreux sont présentés à la **Figure 4. 7** pour différentes valeurs du nombre de Hartmann Ha. L'analyse des courbes révèle que le taux de transfert de chaleur par convection Nu, pour différentes valeurs du nombre de Hartmann Ha croît à partir du régime de conduction pure lorsque Ra croît. Ainsi, pour des nombres de Hartmann Ha élevés, le transfert de chaleur par convection ne se produit que pour des nombres de

Rayleigh Ra élevés. Pour un même nombre de Rayleigh, l'augmentation du nombre de Hartmann atténue de façon significative le transfert de chaleur par convection.



Présent travail :
Résolution numérique



Travail existant :
Résolution analytique

Figure 4. 7 : taux de transfert de chaleur pour différentes valeurs de Ha en fonction de Ra pour le présent et celui de Akowanou et Degan [2]

Ces comparaisons montrent qu'il y a un accord qualitatif entre les résultats que nous avons obtenus et ceux trouvés analytiquement par Akowanou et Degan [2], ce qui nous reconforte dans le choix de notre modèle mathématique et numérique.

4.1.3 Validation quantitative du programme numérique

Le code numérique élaboré est validé quantitativement en prenant comme références certaines études disponibles dans la littérature, en particulier, celles de Akowanou et Degan [2] qui a étudié analytiquement ce phénomène.

Le Tableau 4. 5 présente une comparaison des valeurs du taux de transfert de chaleur pour la méthode analytique existante et la méthode numérique développée.

Tableau 4. 5 : validation quantitative du programme numérique

K^* ($\theta = 45^\circ$)	Taux de transfert de chaleur (Nu)	
	Méthode analytique Akowanou et Degan [2]	Méthode numérique de la présente étude
0,01 (< 1.0)	3,8	3,9
1,0 (isotrope)	2	1,9
4 (> 1.0)	1,5	1,6

4.2 Influence de l'angle d'inclinaison delta (δ) du champ magnétique

4.2.1 Influence de l'angle d'inclinaison delta (δ) du champ magnétique sur les vitesses U et V

La vitesse du phénomène de convection est exprimée suivant les axes verticaux et horizontaux de la cavité poreuse. Dans notre étude, la vitesse relative à l'axe horizontal est appelée U et celle relative à l'axe vertical est désignée V.

Cas delta =45°

La Figure 4.8 montre la vitesse relative à l'axe horizontal pour $\delta=45^\circ$.

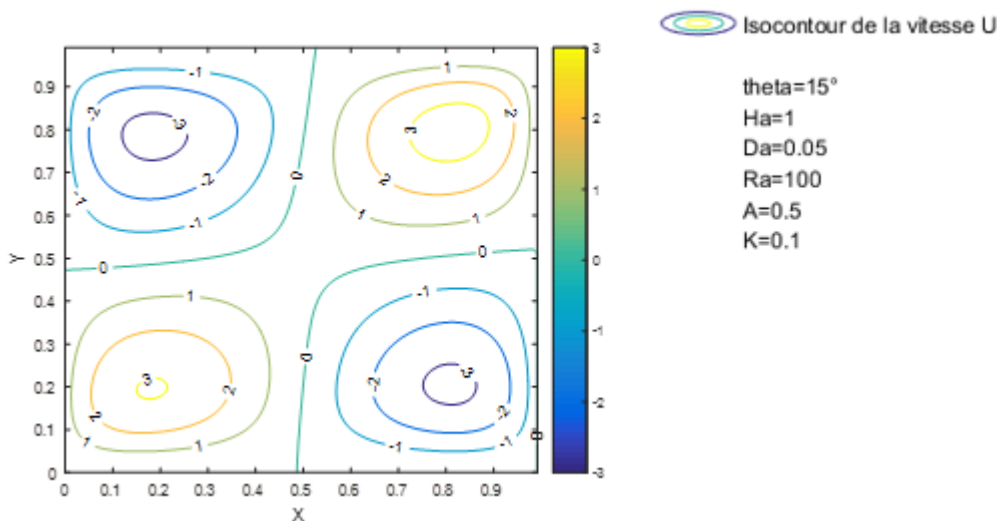


Figure 4. 8 : vitesse relative à l'axe horizontal pour delta=45°

La Figure 4. 9 montre la vitesse relative à l'axe vertical pour $\delta=45^\circ$.

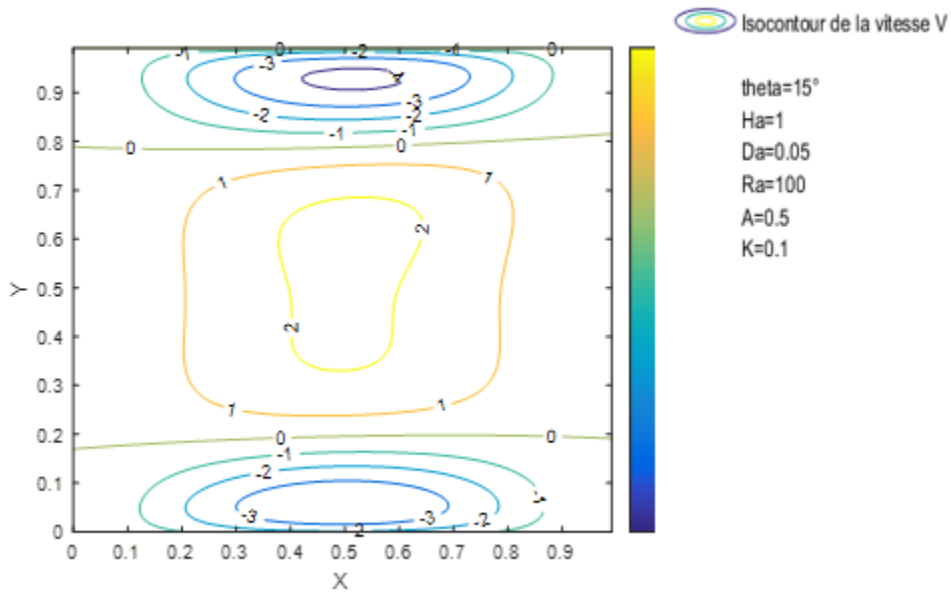


Figure 4. 9 : vitesse relative à l'axe vertical pour delta=45°

Cas delta =60°

La Figure 4. 10 montre la vitesse relative à l'axe horizontal pour $\delta=60^\circ$.

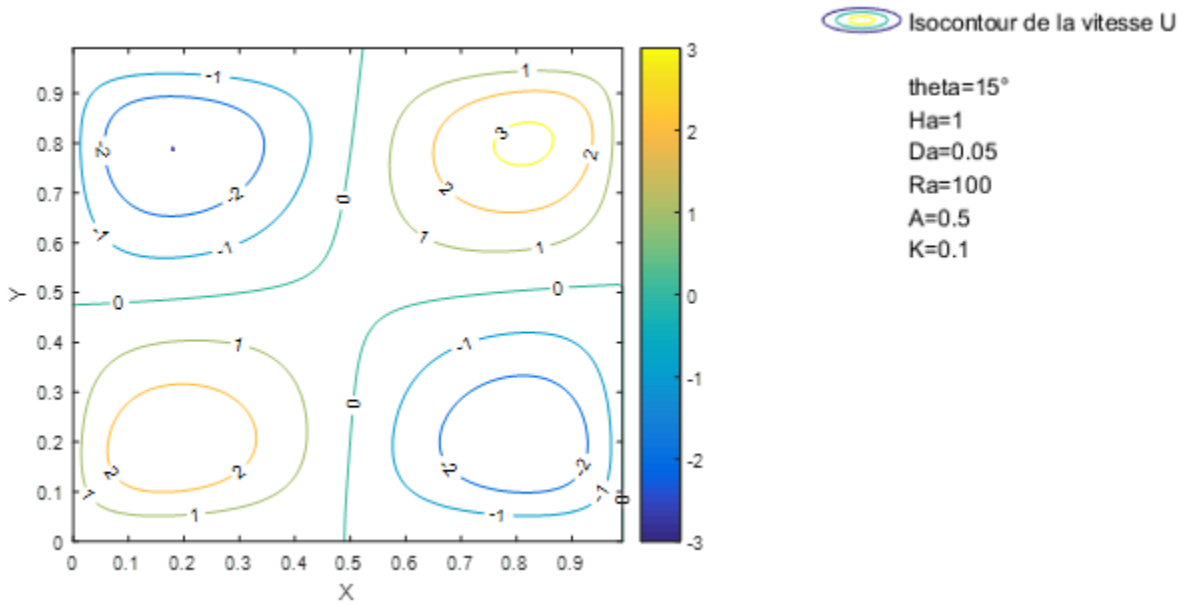


Figure 4. 10 : vitesse relative à l'axe horizontal pour delta=60°

La Figure 4. 11 montre la vitesse relative à l'axe vertical pour $\delta=60^\circ$.

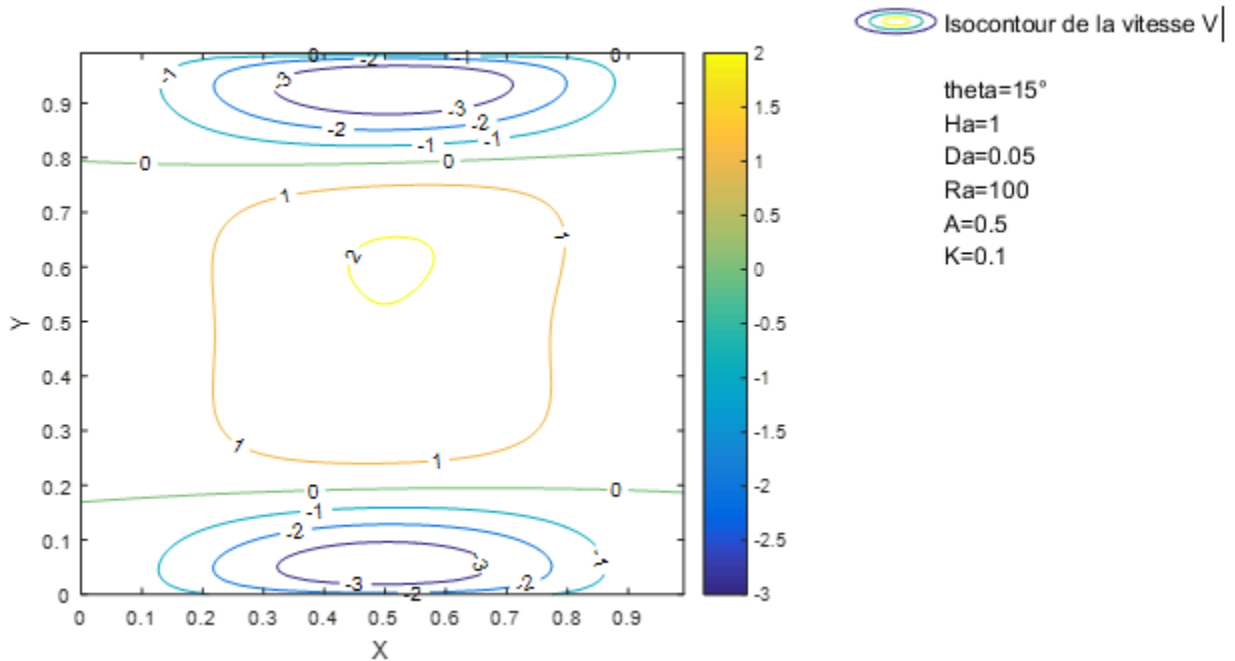


Figure 4. 11 : vitesse relative à l'axe vertical pour $\delta=60^\circ$

Cas $\delta=90^\circ$

La Figure 4. 12 indique la vitesse relative à l'axe horizontal pour $\delta=90^\circ$.

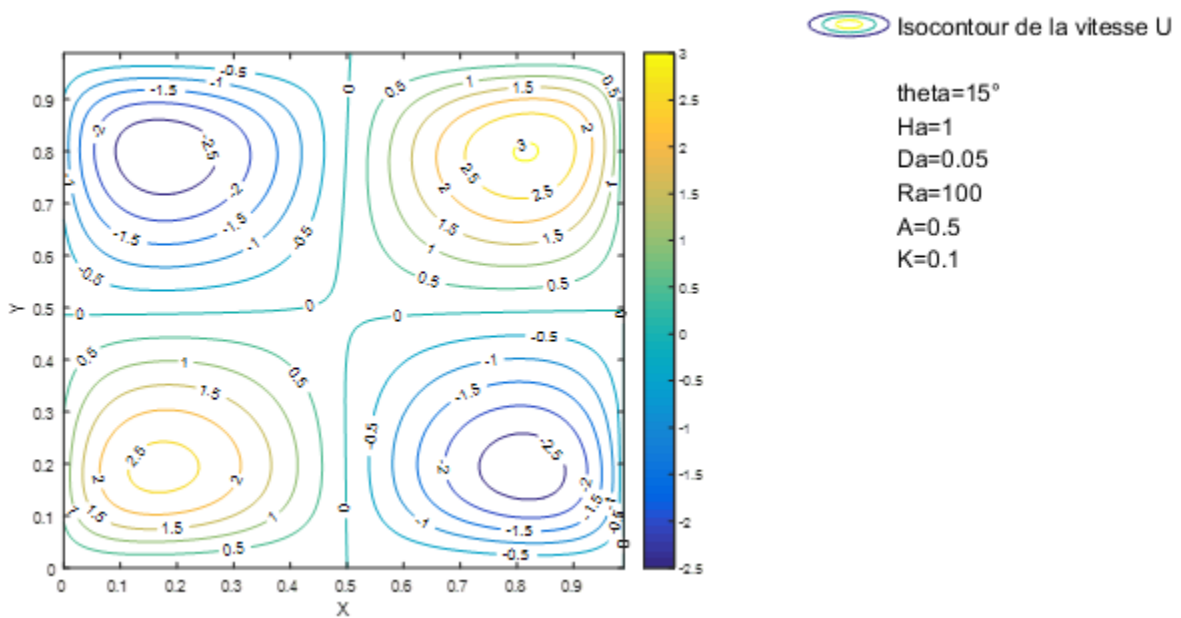


Figure 4. 12 : vitesse relative à l'axe horizontal pour $\delta=90^\circ$

La Figure 4. 13 montre la vitesse relative à l'axe vertical pour $\delta=90^\circ$.

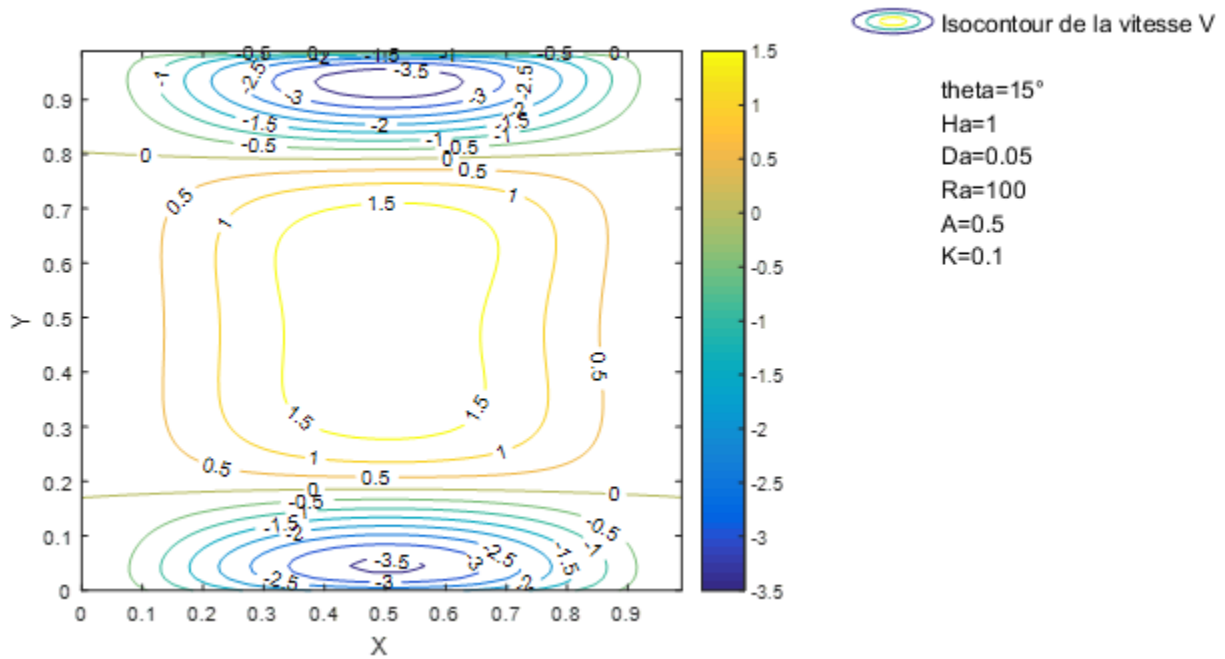


Figure 4. 13 : vitesse relative à l'axe vertical pour delta =90°

Des **Figures 4. 8 à 4. 13**, on constate qu'une diminution de l'angle d'inclinaison delta, réduit la composante verticale du champ magnétique, et augmente la vitesse de transfert. Ce qui amplifie le taux de transfert de chaleur.

4.2.2 Influence de l'angle d'inclinaison delta (δ) du champ magnétique sur le taux de transfert de chaleur

Nous présentons à la Figure 4. 14 l'influence de l'angle d'inclinaison delta du champ magnétique sur le taux de transfert de chaleur.

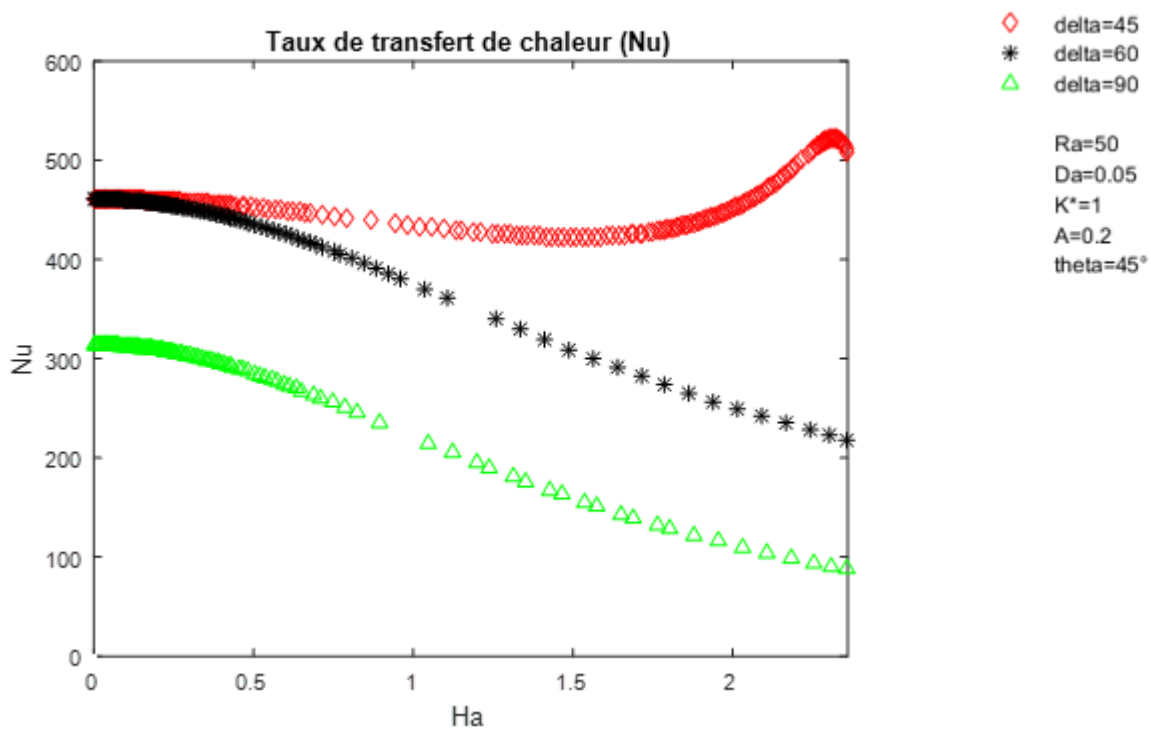


Figure 4. 14 : influence de delta sur le taux de transfert de chaleur

Nous observons que le taux de transfert de chaleur augmente lorsque l'angle d'inclinaison du champ magnétique diminue.

Dans la suite de notre étude, nous avons opté pour un angle d'inclinaison du champ magnétique égal à 90° pour des raisons de convergence.

4.2.3 Influence du nombre de Hartmann Ha sur les vitesses U et V

Cas Ha=1

La Figure 4. 15 indique la vitesse relative à l'axe horizontal pour un nombre de Hartmann Ha=1.

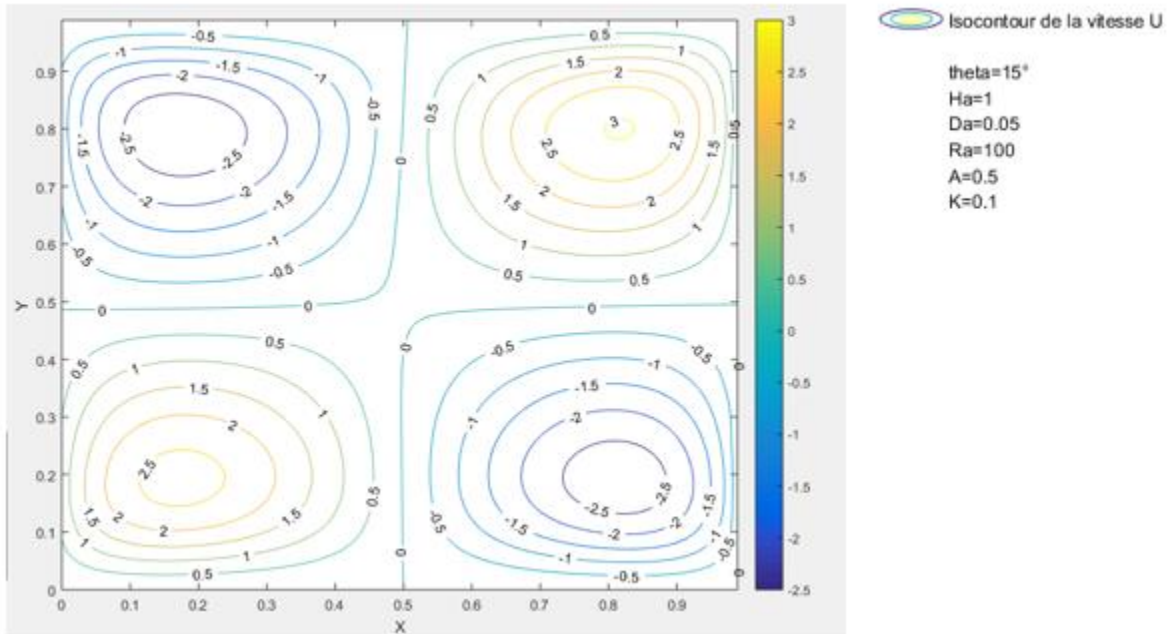


Figure 4. 15 : vitesse relative à l'axe horizontal pour Ha=1

La Figure 4. 16 indique la vitesse relative à l'axe vertical pour un nombre de Hartmann Ha=1.

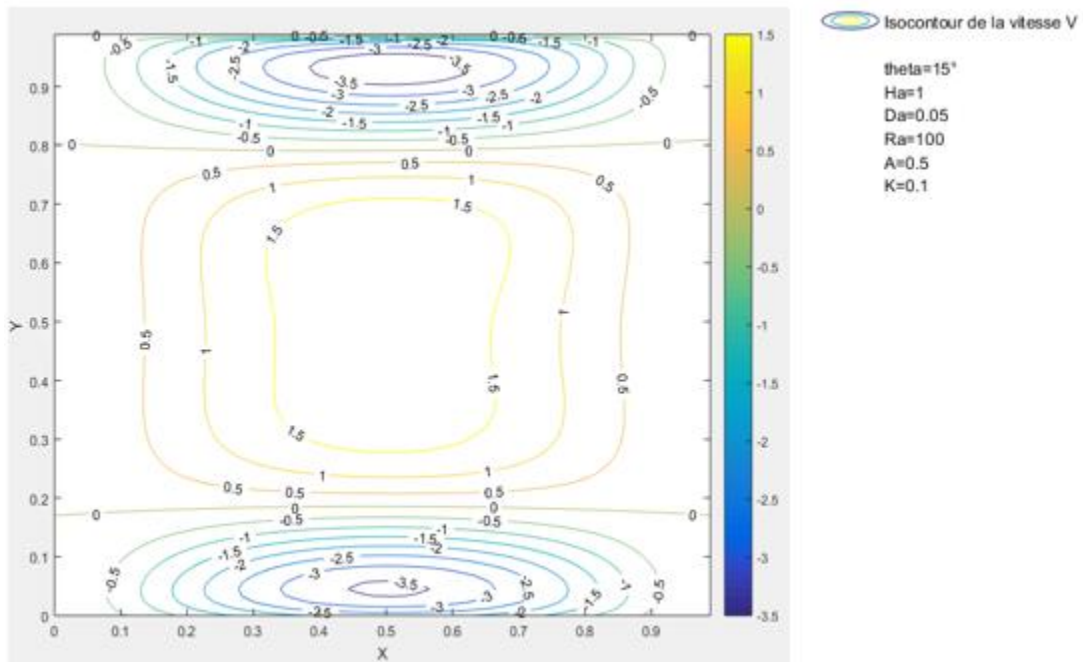


Figure 4. 16 : vitesse relative à l'axe vertical pour Ha=1

Cas $Ha=2$

La Figure 4. 17 indique la vitesse relative à l'axe horizontal pour un nombre de Hartmann $Ha=2$.

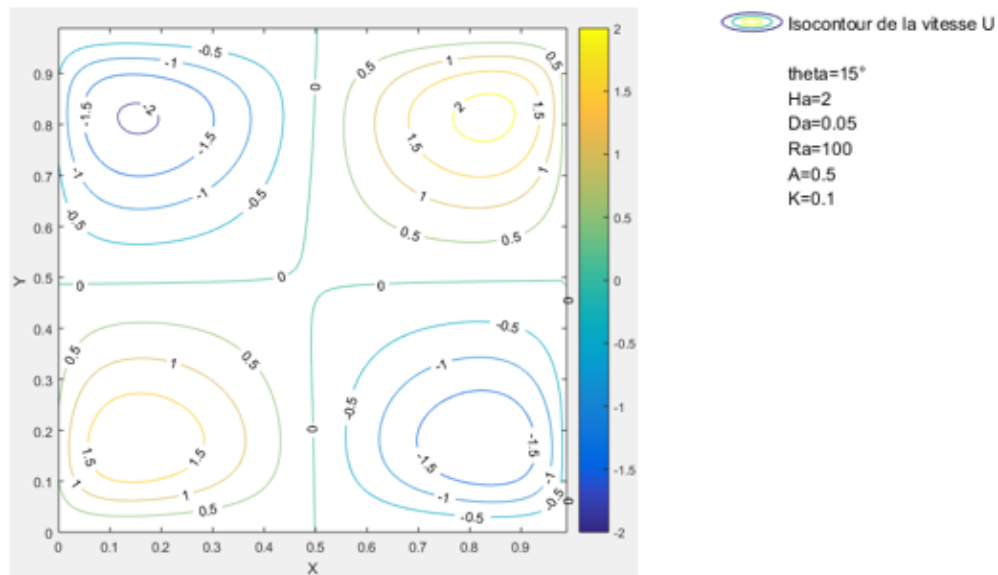


Figure 4. 17 : vitesse relative à l'axe horizontal pour $Ha=2$

La Figure 4. 18 indique la vitesse relative à l'axe vertical pour un nombre de Hartmann $Ha=2$.

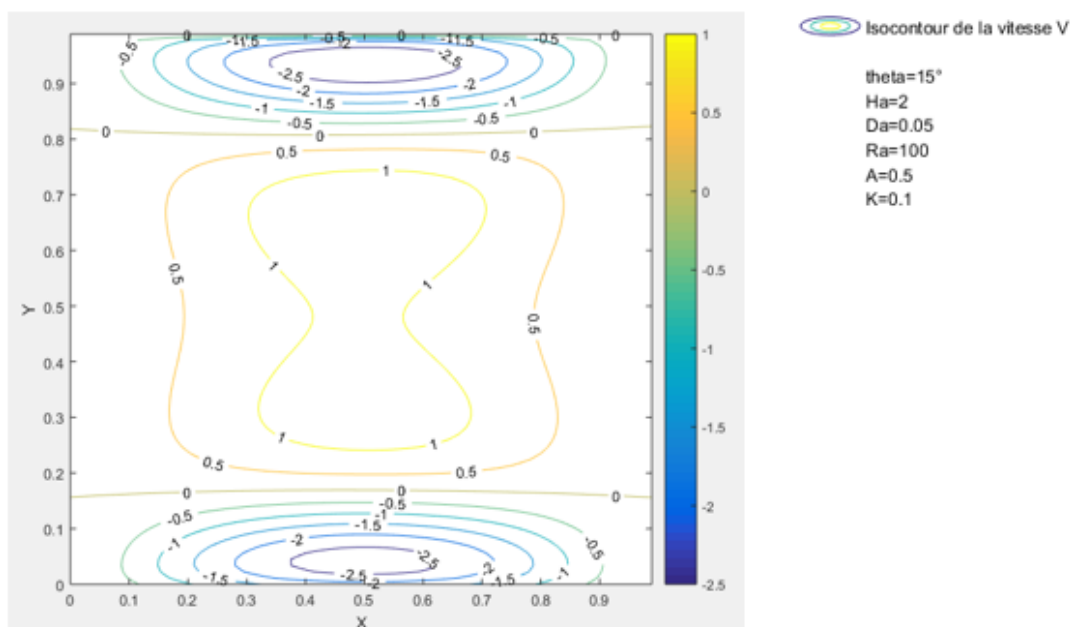


Figure 4. 18 : vitesse relative à l'axe vertical pour $Ha=2$

Cas $Ha=3$

La Figure 4. 19 présente la vitesse relative à l'axe horizontal pour un nombre de Hartmann $Ha=3$.

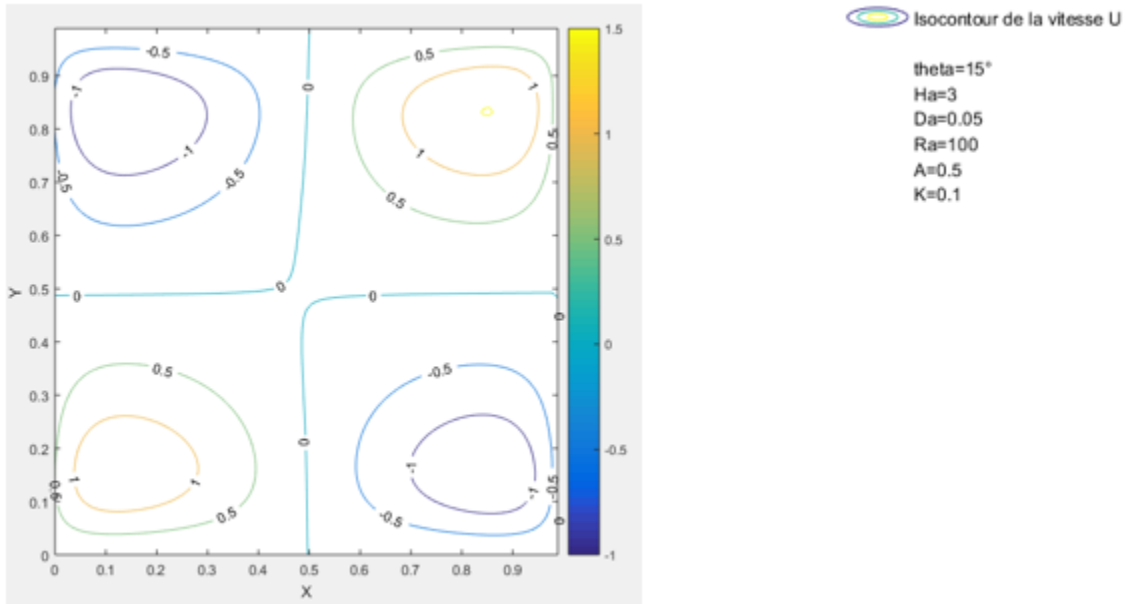


Figure 4. 19 : vitesse relative à l'axe horizontal pour $Ha=3$

La Figure 4. 20 présente la vitesse relative à l'axe vertical pour un nombre de Hartmann $Ha=3$.

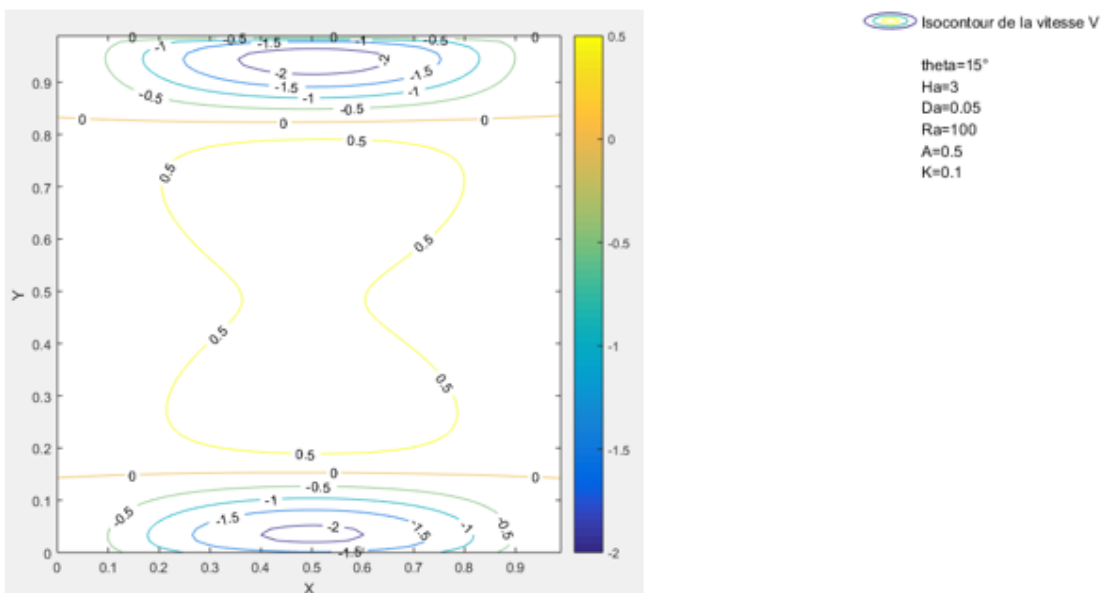


Figure 4. 20 : vitesse relative à l'axe vertical pour $Ha=3$

Cas $Ha=7$

La Figure 4. 21 présente la vitesse relative à l'axe horizontal pour un nombre de Hartmann $Ha=7$.

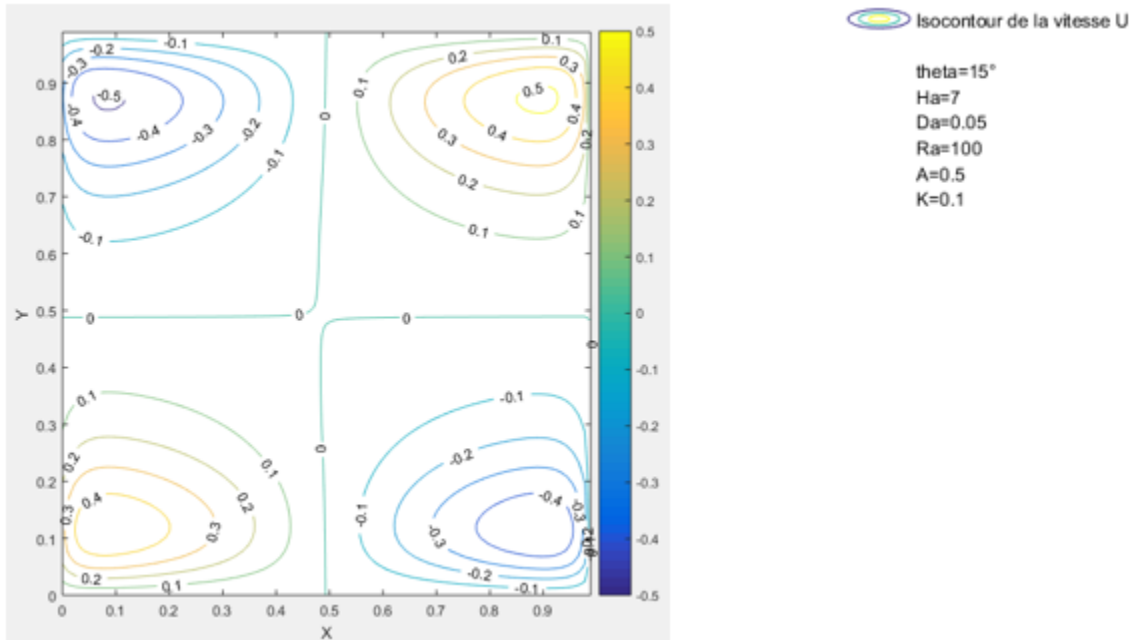


Figure 4. 21 : vitesse relative à l'axe horizontal pour $Ha=7$

La Figure 4. 22 présente la vitesse relative à l'axe vertical pour un nombre de Hartmann $Ha=7$.

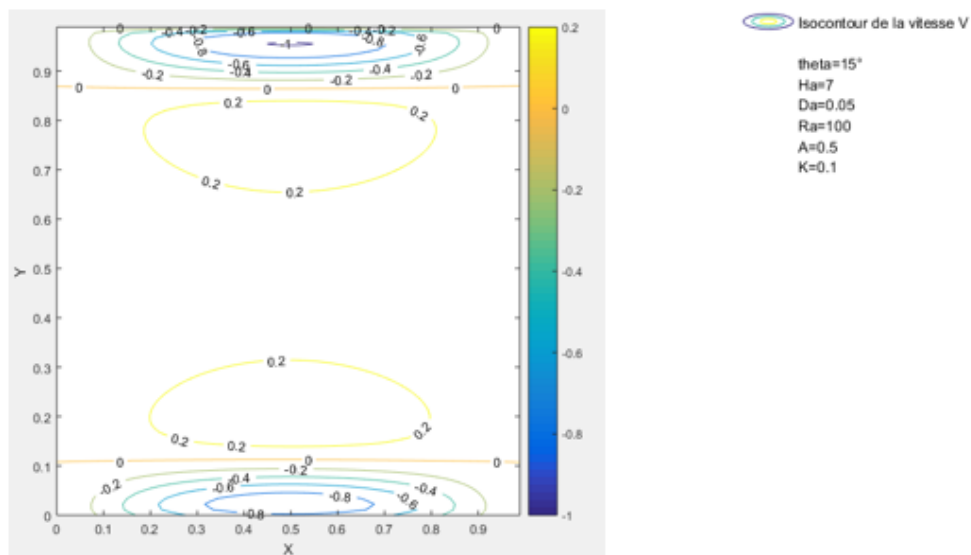


Figure 4. 22 : vitesse relative à l'axe vertical pour $Ha=7$

En observant les profils obtenus lorsqu'on fait varier Ha de 1 à 7, nous constatons une atténuation progressive de l'écoulement convectif. En effet, l'amplitude des vitesses diminue lorsque Ha croît.

Nous constatons également une symétrie du champ d'écoulement par rapport à l'axe central du milieu poreux ; qui témoigne d'une inversion du sens de l'écoulement chaque fois que ce dernier est au contact des parois horizontales limitantes de l'enceinte. Nous constatons que la vitesse de l'écoulement à la paroi est nulle pour différentes valeurs du nombre de Hartmann Ha ; ce qui traduit la condition d'adhérence à la paroi relativement au modèle de Brinkman généralisé adopté.

4.2.4 Influence du nombre de Hartmann Ha sur les lignes de courant

Cas $Ha=1$

La Figure 4. 23 indique l'évolution des lignes de courant pour un nombre de Hartmann $Ha=1$.

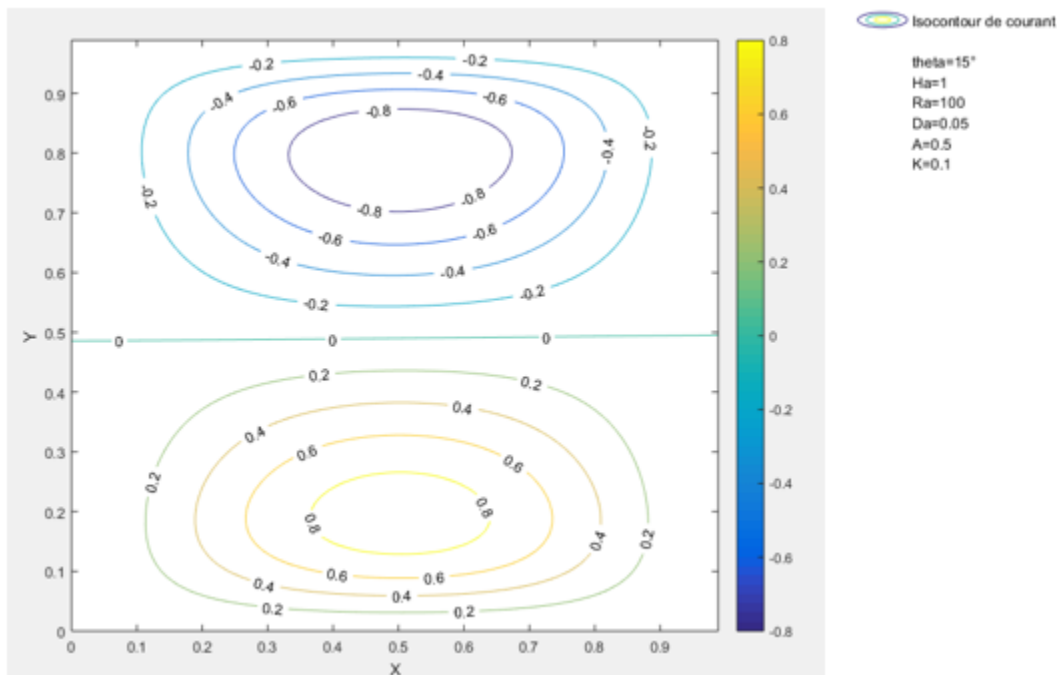


Figure 4. 23 : lignes de courant pour $Ha=1$

Cas $Ha=2$

La Figure 4. 24 indique l'évolution des lignes de courant pour un nombre de Hartmann $Ha=2$.

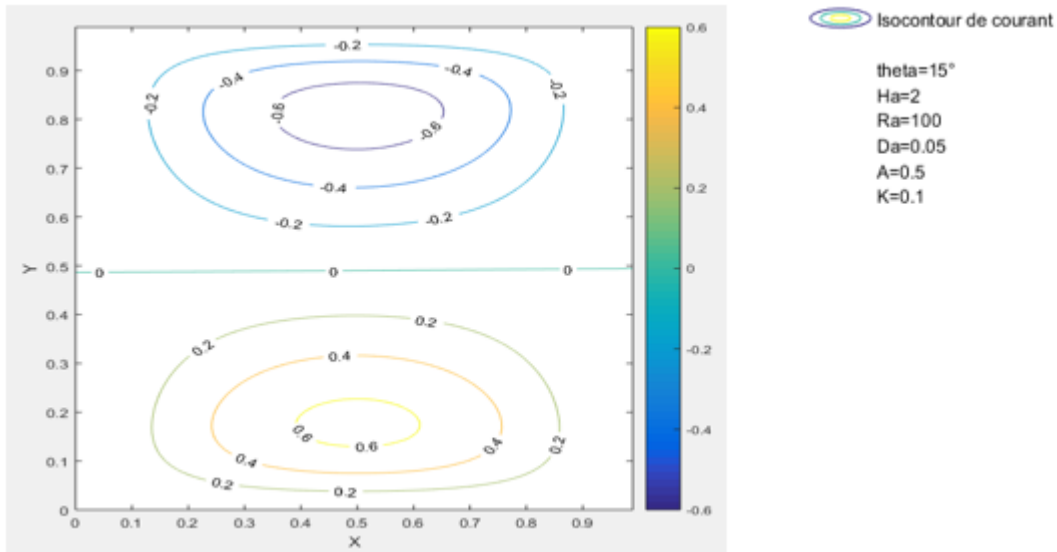


Figure 4. 24 : lignes de courant pour $Ha=2$

Cas $Ha=3$

La Figure 4. 25 indique l'évolution des lignes de courant pour un nombre de Hartmann $Ha=3$.

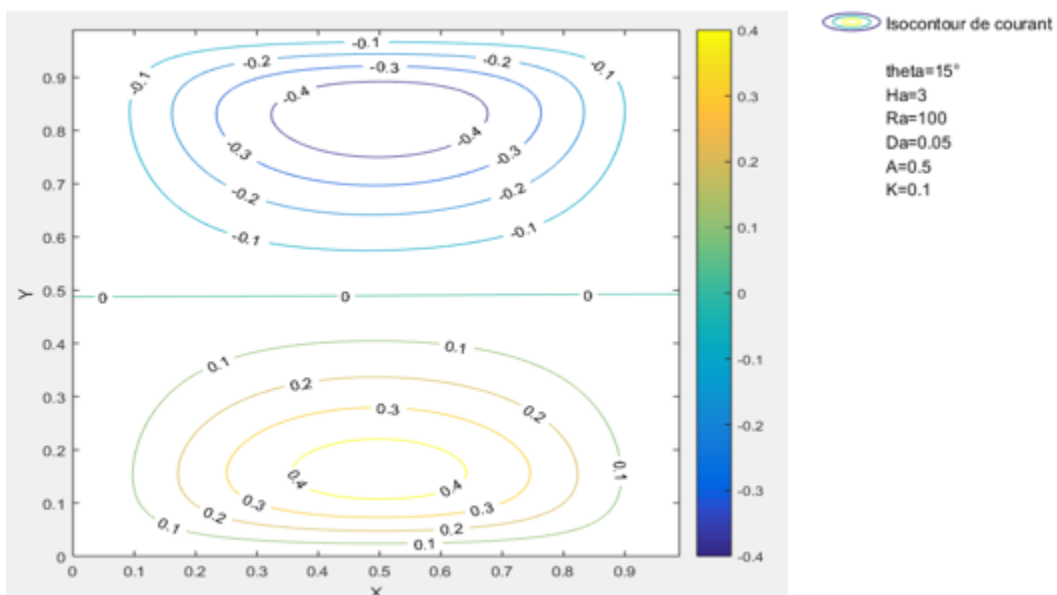


Figure 4. 25 : lignes de courant pour $Ha=3$

Cas $Ha=7$

La Figure 4. 26 montre l'évolution des lignes de courant pour un nombre de Hartmann $Ha=7$.

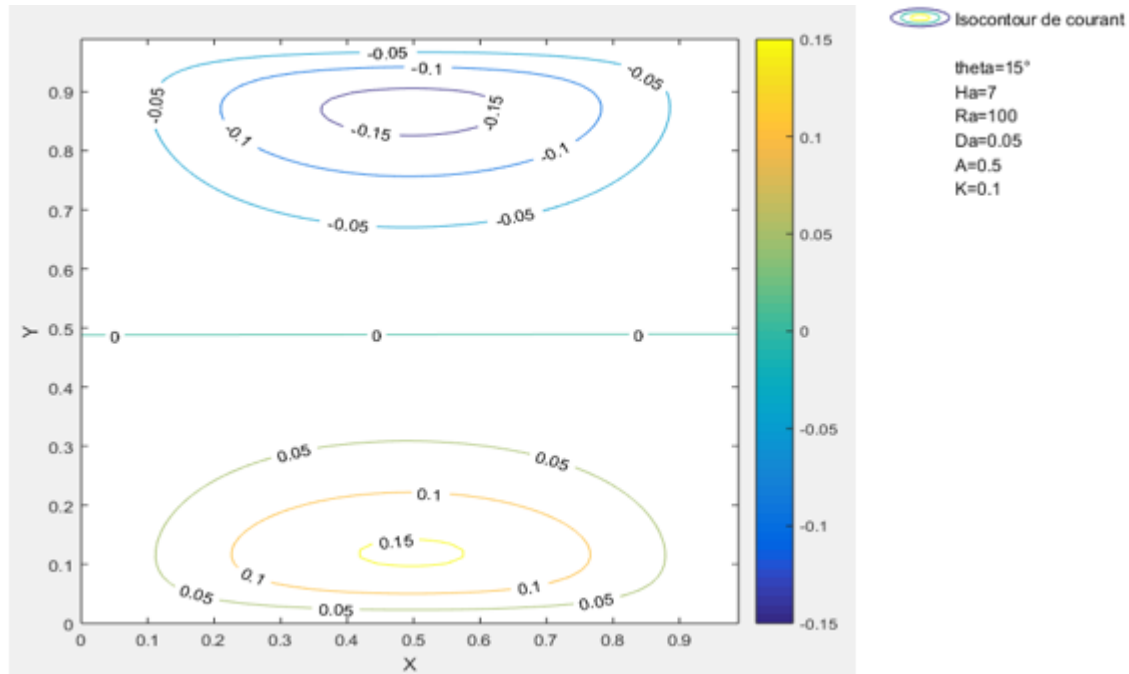


Figure 4. 26 : lignes de courant pour $Ha=7$

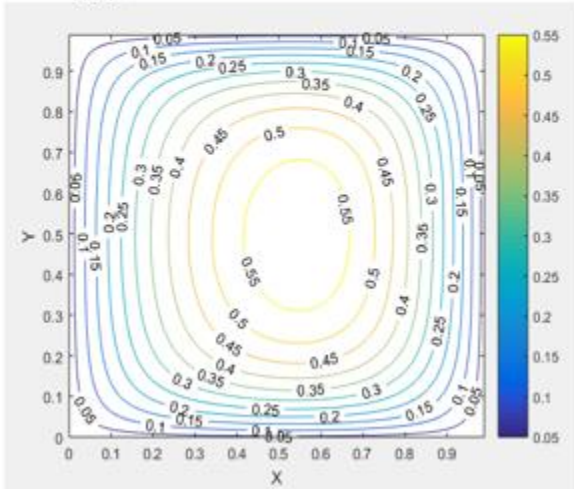
Les divers profils de courant observés montrent la même tendance que ceux de la vitesse U en termes d'écoulement convectif.

4.2.5 Influence du nombre de Hartmann Ha sur les lignes de température

La Figure 4. 27 présente les lignes de température pour différentes valeurs de Ha inférieures à 1 ($Ha = 0,5$ et $Ha = 0,25$)

Isocontour de Temperature

Da=0.05
theta=15°
Ha=0.5
Ra=100
A=0.5
K=0.1



Isocontour de Temperature

Da=0.05
theta=15°
Ha=0.25
Ra=100
A=0.5
K=0.1

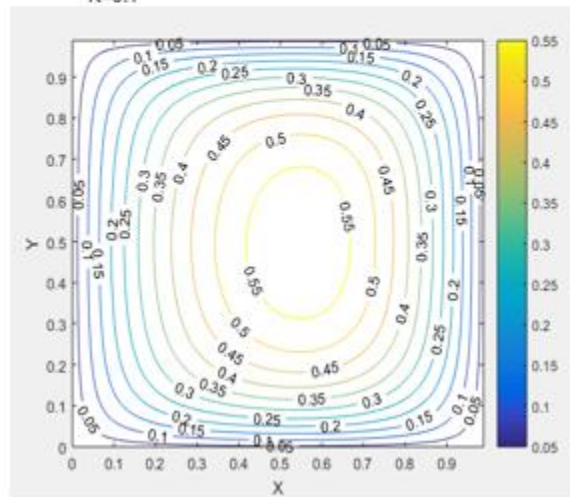
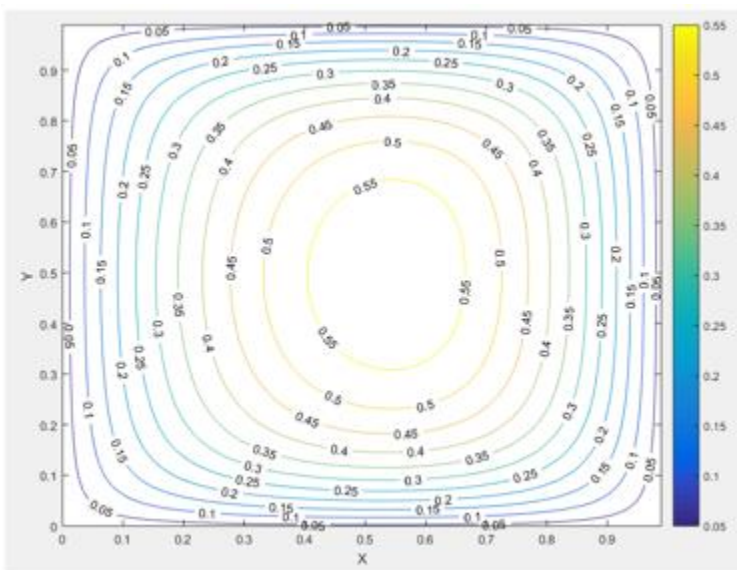


Figure 4. 27 : lignes de température pour différentes valeurs de Ha inférieures à 1 ($Ha = 0,5$ et $Ha = 0,25$)

La Figure 4. 28 montre l'évolution des lignes de température pour un nombre de Hartmann $Ha=1$.



Isocontour de Temperature

Da=0.05
theta=15°
Ha=1
Ra=100
A=0.5
K=0.1

Figure 4. 28 : lignes de température pour $Ha=1$

La Figure 4. 29 montre l'évolution des lignes de température pour un nombre de Hartmann $Ha=3$.

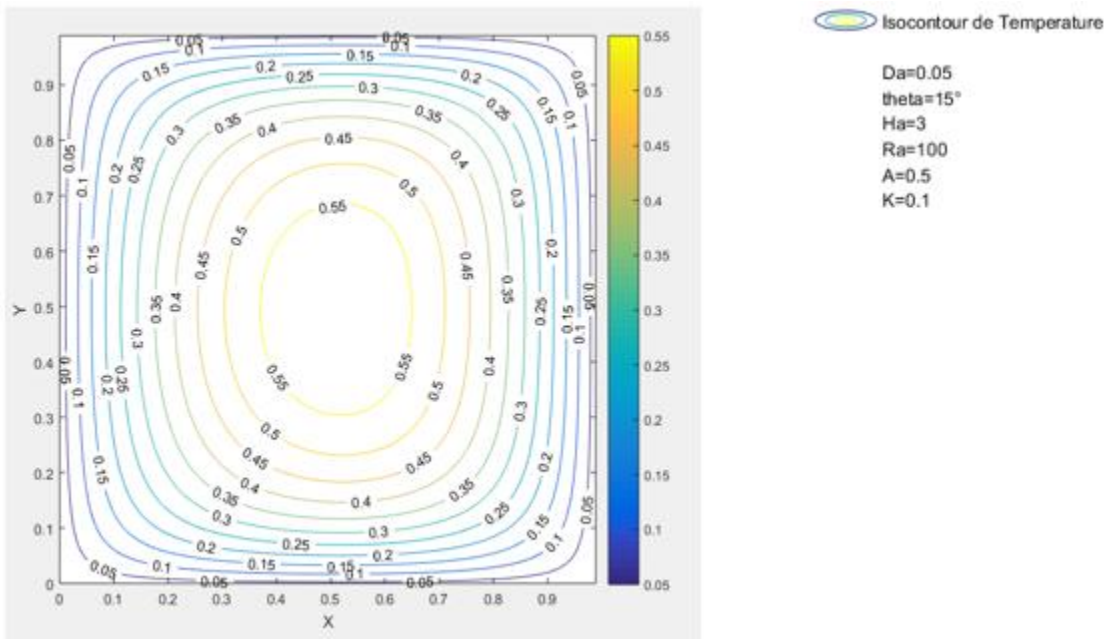


Figure 4. 29 : lignes de température pour $Ha=3$

La Figure 4. 30 montre l'évolution des lignes de température pour un nombre de Hartmann $Ha=7$.

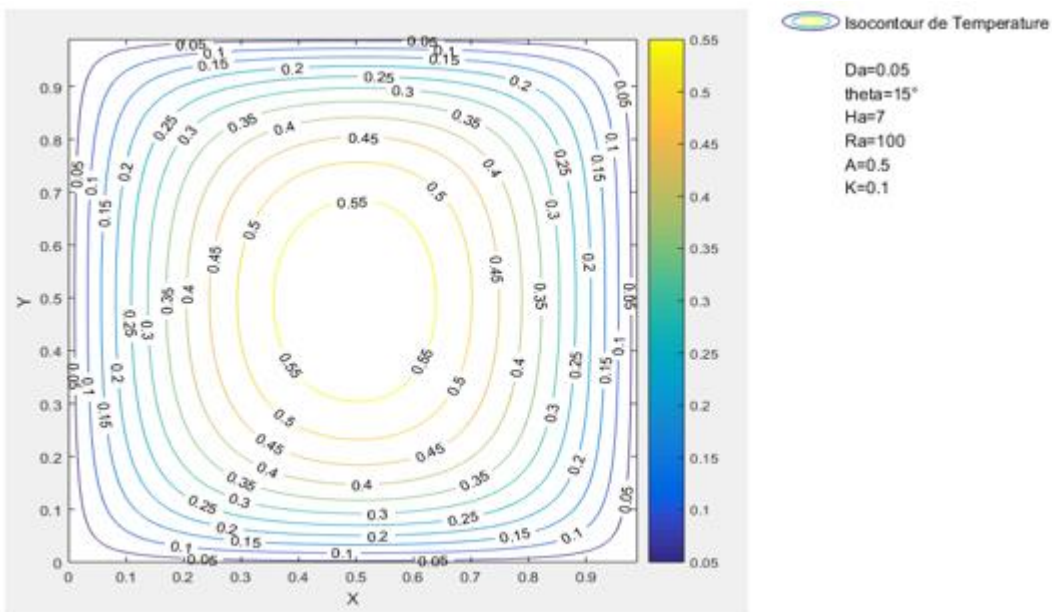


Figure 4. 30 : lignes de température pour $Ha=7$

La Figure 4. 31 présente les lignes de température pour différentes valeurs de Ha supérieures ou égales à 10 ($Ha = 10$ et $Ha = 15$).

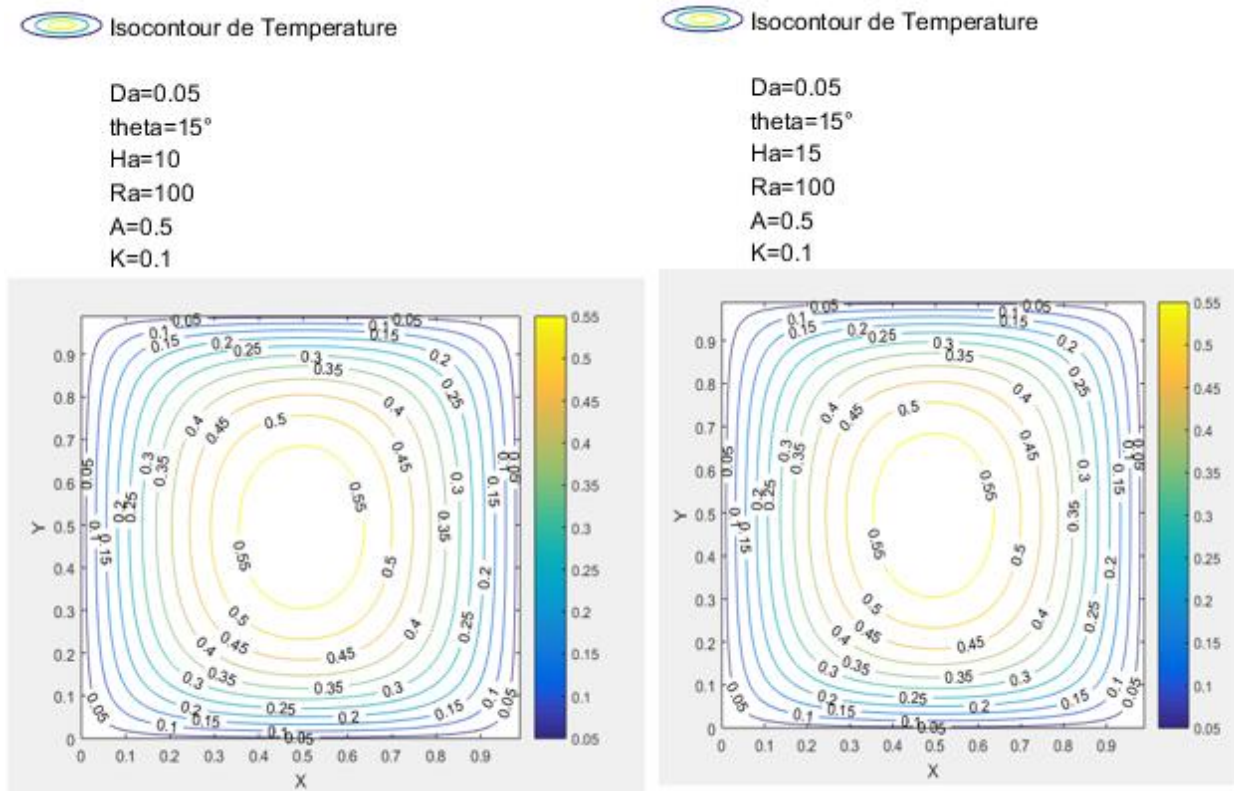


Figure 4. 31 : lignes de température pour différentes valeurs de Ha supérieures ou égales à 10 ($Ha = 10$ et $Ha = 15$)

Pour les valeurs de Ha supérieures ou égales à 7 : les isocontours de température montrent un degré de symétrie par rapport au centre de la cavité. Également, les isothermes sont quasi-parallèles, on conclut donc que dans ces conditions le mode de transfert de chaleur par conduction est dominant (conduction pure).

Pour la valeur de Ha égale à 3 : les isothermes montrent une légère déviation par rapport au cas de la conduction pure, d'où l'amorçage du phénomène de convection.

Pour les valeurs de Ha inférieures ou égales à 1 : les isothermes montrent une déviation importante par rapport au cas de la conduction pure. On remarque que la distribution de la température est faiblement variable suivant l'axe vertical, mais variable suivant l'axe horizontal de façon à satisfaire la stratification thermique stable. On conclut que dans ces conditions le mode de transfert de chaleur par convection est dominant.

4.3 Taux de transfert de chaleur

Les variations du taux de transfert de chaleur selon plusieurs paramètres ont été étudiées. Les résultats sont présentés à travers quelques courbes suivis de leurs analyses.

La Figure 4. 32 illustre l'influence du nombre de Hartmann Ha sur le taux de transfert de chaleur en milieu poreux en fonction pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra lorsque $Da = 0,1$, $K^* = 1$, $\theta = 0^\circ$ et $A = 0,3$.

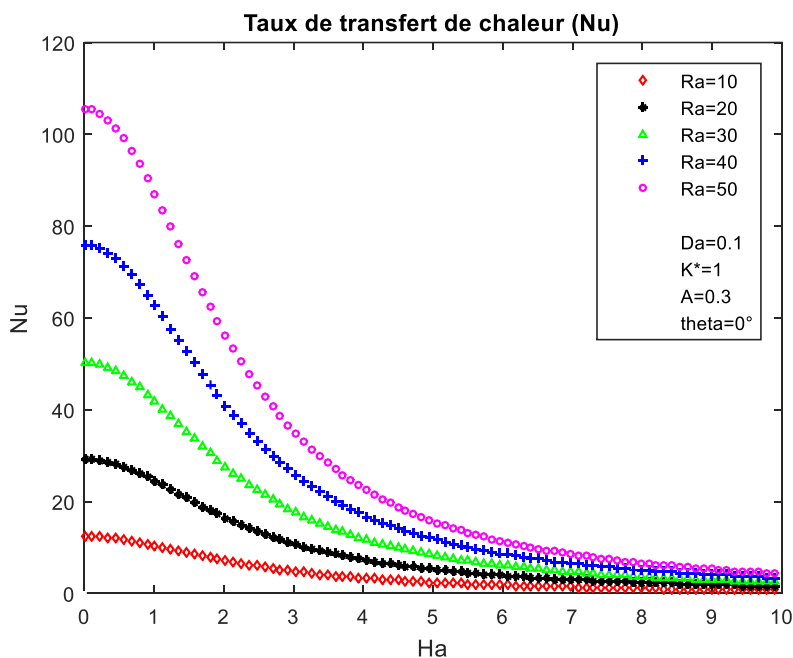


Figure 4. 32 : variation du taux de transfert de chaleur en fonction de Ha pour différentes valeurs de Ra

Cette figure montre que le taux de transfert de chaleur par convection pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra décroît rapidement jusqu'au régime de conduction pure pour lequel le nombre de Nusselt avoisine la valeur 1 lorsque le nombre de Hartmann Ha augmente.

La valeur du nombre de Rayleigh Ra permettant d'atteindre le régime de conduction pure, est fonction du nombre de Hartmann Ha , donc du champ magnétique transversal.

Aussi, nous constatons que le transfert de chaleur par convection croît pour de faibles nombres de Hartmann ($Ha < 5$) lorsque le nombre de Rayleigh Ra augmente.

Les effets de la variation du nombre de Hartmann Ha sur le transfert de chaleur par convection en fonction du nombre de Rayleigh Ra dans le milieu poreux sont présentés à la Figure 4. 33.

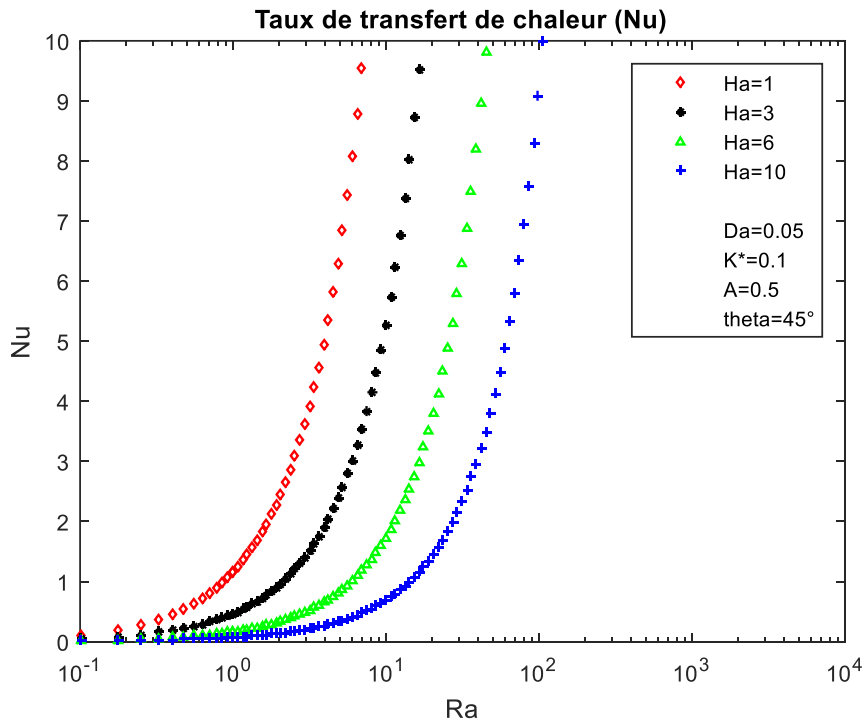


Figure 4. 33: variation du taux de transfert de chaleur en fonction de Ra pour différentes valeurs de Ha

L'analyse des courbes révèle que le taux de transfert de chaleur par convection Nu croît à partir du régime de conduction pure pour lequel il tend vers 1 lorsque le nombre de Rayleigh Ra croît. Ainsi, pour des nombres de Hartmann Ha élevés, le transfert de chaleur par convection n'est possible que dans la limite des nombres de Rayleigh Ra élevés. Pour une valeur constante du nombre de Rayleigh Ra , l'augmentation du nombre de Hartmann atténue de façon significative le transfert de chaleur par convection.

Les effets de la variation du nombre de Darcy Da sur le taux de transfert de chaleur dans le milieu poreux sont présentés à la Figure 4. 34 pour $Ra = 40$, $Ha = 1,5$, $K^*=5$, $A = 0,4$ et pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison θ des axes principaux du milieu poreux.

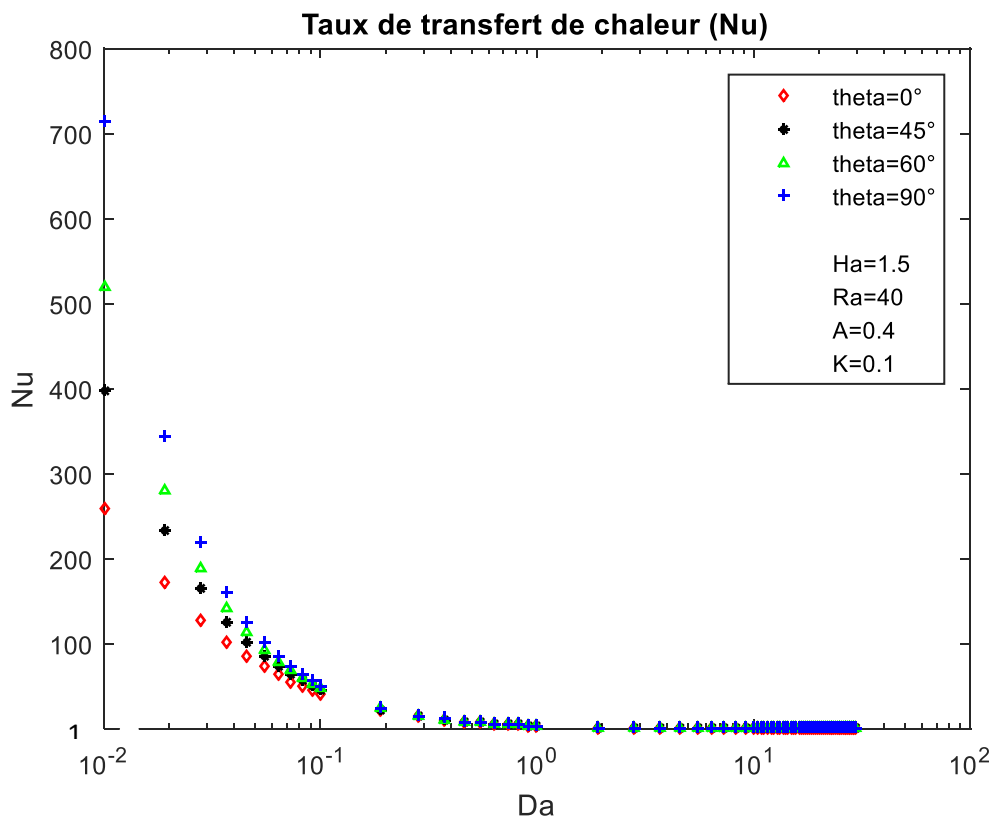


Figure 4. 34 : variation du taux de transfert de chaleur en fonction de Da pour différentes valeurs de θ

Les courbes montrent que le taux de transfert de chaleur par convection pour différentes valeurs de l'angle de rotation θ des axes principaux du milieu poreux décroît progressivement jusqu'au régime de conduction pure pour lequel le nombre de Nussel (Nu) avoisine la valeur 1 lorsque le nombre de Darcy Da augmente.

Pour de petits nombres de Darcy ($Da \rightarrow 0$) les effets de l'inclinaison des axes principaux du milieu poreux deviennent de plus en plus importants. Aussi, le taux de transfert de chaleur dans la cavité croît de façon significative lorsque l'angle d'inclinaison θ des axes principaux du milieu poreux croît. Le transfert de chaleur est maximal pour un angle de rotation des axes principaux $\theta = 90^\circ$ et minimal pour $\theta = 0^\circ$.

Nous concluons que le transfert de chaleur est maximal lorsque l'axe principal ayant la perméabilité la plus faible du milieu poreux anisotrope est orienté parallèlement par rapport à la gravité.

La valeur du nombre de Darcy Da pour atteindre le régime de conduction pure est indépendante de l'angle de rotation des axes principaux θ . Par exemple pour $Da \approx 10$, la conduction pure est atteinte.

La Figure 4. 35 montre variation du taux de transfert de chaleur en fonction nombre de Hartmann de Ha pour différentes valeurs de K^* .

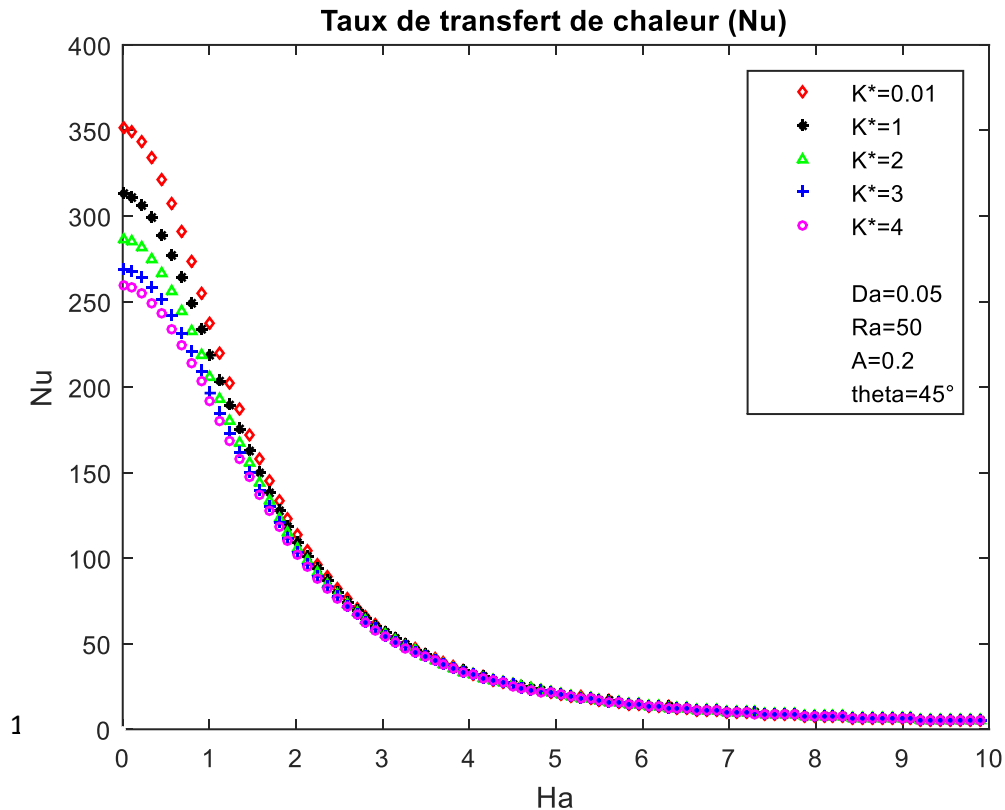


Figure 4. 35 : variation du taux de transfert de chaleur en fonction de Ha pour différentes valeurs de K^*

Les courbes de la Figure 4. 35 montrent que le transfert de chaleur par convection pour différentes valeurs de K^* , diminue progressivement jusqu'en régime de conduction pure pour lequel Nu avoisine la valeur 1 lorsque Ha augmente. La valeur de K^* pour laquelle le régime de conduction pure est atteint dépend du nombre de Hartmann, donc du champ magnétique transversal.

Il est à noter aussi que le transfert de chaleur par convection croît avec l'augmentation du nombre de Hartmann lorsque le rapport d'anisotropie en perméabilité K^* du milieu poreux diminue.

Il résulte de cette analyse que, lorsque l'angle de rotation des axes principaux $\theta = 45^\circ$, le transfert de chaleur croît lorsque la perméabilité du milieu poreux dans la direction horizontale est plus élevée par rapport à celle régnant dans

la direction verticale ($K^* < 1$) et décroît lorsqu'on assiste à la situation inverse pour laquelle $K^* > 1$.

Tous ces résultats ont fait l'objet d'une conférence [150] et d'une publication [151].

Conclusion

L'étude relative à la stabilité du système pour les différentes valeurs du rapport de forme de la cavité A, montrent que les résultats les plus exactes possibles sont obtenus à partir d'un maillage de taille 87 x 87. Dans notre étude, nous avons utilisé le maillage 89 x 89 pour toutes nos simulations.

Ce chapitre nous a permis de présenter les différents résultats de nos analyses et d'avoir une maîtrise des paramètres qui influencent le comportement du phénomène étudié.

Conclusion générale et perspectives

Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse sont consacrés à l'étude numérique de l'effet de l'anisotropie en perméabilité et celui d'un champ magnétique transversal sur la convection naturelle bidimensionnelle en milieu poreux confiné dans une cavité horizontale. Les parois verticales du milieu poreux à extension infinie sont chauffées isothermiquement tandis que les parois horizontales sont thermiquement conductrices et adiabatiques. Les axes de perméabilité sont inclinés par rapport au champ gravitationnel.

En se basant sur les approximations de Boussinesq, nous avons développé le modèle mathématique décrivant le phénomène de l'écoulement et du transfert de chaleur au sein de la cavité.

Les équations de base décrivant la convection naturelle au sein de la cavité, ont été établies en utilisant la loi de Darcy puis discrétisées par la méthode des différences finies et résolues numériquement par un algorithme élaboré à cet effet. Les paramètres de base gouvernant ce problème sont le nombre de Rayleigh, le nombre de Darcy, le nombre de Hartmann, le rapport de forme de la cavité, l'angle d'inclinaison des axes principaux et le rapport d'anisotropie.

L'adimensionnalisation des paramètres nous a permis de déterminer les champs de vitesse, de courant, de température et le taux de transfert de chaleur.

Ces résultats ont été validés à partir de ceux des études déjà menées dans le domaine et portant sur les milieux poreux purs et les milieux fluides purs discutés dans la littérature.

Cette étude montre que la présence d'un champ magnétique transversal réduit de façon significative la vitesse de l'écoulement et impacte en conséquence le champ de température et le taux de transfert de chaleur.

L'écoulement convectif est aussi grandement influencé par les paramètres d'anisotropie en perméabilité de la couche poreuse.

Le taux de transfert de chaleur dans le milieu poreux croît lorsque la perméabilité dans la direction horizontale est plus élevée que celle régnant dans la direction verticale.

Le taux de transfert de chaleur diminue progressivement de sa valeur maximale lorsque l'angle d'inclinaison des axes principaux du milieu poreux croît. Ce taux de transfert croît en passant du minimum à $\theta = 0^\circ$ à son maximum lorsque θ atteint la valeur 90° .

L'augmentation de l'intensité du champ magnétique transversal appliqué réduit de façon significative la vitesse de l'écoulement du fluide saturant le milieu poreux et atténue de ce fait le transfert de chaleur par convection dans le milieu.

Nous tenons à donner quelques applications pratiques mettant en exergue l'importance du phénomène étudié dans cette thèse.

- ☞ Dans les ménages, la cuisson des aliments est une application du phénomène de convection naturelle avec couplage des transferts de chaleur et de masse. La pose d'un modèle multi-physique englobant autant l'enceinte que le produit en cuisson est très prometteur pour l'amélioration du contrôle du procédé de cuisson.

- ☞ En électronique, la convection naturelle trouve aussi des applications très intéressantes. En effet, l'étude du comportement thermique des composants électroniques et des assemblages de puissance tient aujourd'hui une place capitale dans la conception des fonctions électroniques soumises à un environnement sévère. Un échauffement excessif dégrade les performances du composant, réduit sa durée de vie et peut provoquer sa défaillance. Comme la multitude de méthodes de refroidissement souvent utilisées, la convection naturelle a pour but d'améliorer le transfert de chaleur et augmenter l'efficacité des systèmes de refroidissement. Ainsi, comprendre le processus d'échange et de diffusion de la chaleur est incontournable dans un grand nombre d'applications technologiques.

- ☞ En géothermie, l'utilisation de systèmes thermodynamiques pour assurer soit le chauffage seul, soit le chauffage et le rafraîchissement de locaux, est un procédé plus complexe et plus performant que les procédés traditionnels de chauffage. Les principaux avantages de cette application du phénomène de convection naturelle portent sur la « gratuité » de la ressource géothermale et la possibilité de produire de la chaleur et/ou du froid. Les pompes à chaleur (PAC) sur aquifère ont par ailleurs la particularité d'associer deux secteurs d'activité qui n'ont a priori rien à voir : l'hydrogéologie et le génie climatique. Le développement de cette technologie doit gérer la mise en adéquation entre d'une part la ressource géothermale dont la température est imposée, et à peu près constante dans le cas des aquifères superficiels, et d'autre part des bâtiments dont les besoins énergétiques sont également fixés.

Les acteurs de ce domaine doivent initier une démarche visant à développer ou réaliser une opération mettant en œuvre des pompes à chaleur géothermiques sur aquifère.

- ☞ La réduction considérable de la vitesse de l'écoulement convectif due à l'interaction entre le courant électrique créé par le mouvement du fluide sous l'influence d'un champ magnétique et l'écoulement, constitue un important résultat exploité dans certaines applications pratiques telles que la **conception du processus de refroidissement de certains réacteurs nucléaires fonctionnant sous l'effet de grands champs magnétiques.**

En perspectives, nous suggérons que d'autres études soient consacrées à l'analyse du phénomène en présence d'un champ électrique qui est supposé nul dans notre thèse. Aussi, une étude analytique de l'influence de l'angle d'inclinaison delta (δ) du champ magnétique sur le taux de transfert de chaleur pourra confirmer les résultats obtenus numériquement.

Références bibliographiques

- [1] D.A. Nield, A. Bejan, *Convection in Porous Media*, 2006. Disponible sur: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4614-5541-7>
- [2] DEGAN, G., AKOWANOU Christian, «Transfert convectif dans les cavités poreuses soumises à un champ magnétique transversal, 2007 ».
- [3] G. Degan, P. Vasseur, et E. Bilgen, « Convective heat transfer in a vertical anisotropic porous layer », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 38, n° 11, p. 1975-1987, juill. 1995, doi: 10.1016/0017-9310(94)00330-X.
- [4] G. Degan et P. Vasseur, « NATURAL CONVECTION IN A VERTICAL SLOT FILLED WITH AN ANISOTROPIC POROUS MEDIUM WITH OBLIQUE PRINCIPAL AXES », *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. 30, n° 4, p. 397-412, sept. 1996, doi: 10.1080/10407789608913847.
- [5] G. Degan et P. Vasseur, « Boundary-layer regime in a vertical porous layer with anisotropic permeability and boundary effects », *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 18, n° 3, p. 334-343, juin 1997, doi: 10.1016/S0142-727X(97)00011-8.
- [6] H. Ozoe et K. Okada, « The effect of the direction of the external magnetic field on the three-dimensional natural convection in a cubical enclosure », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 32, n° 10, p. 1939-1954, oct. 1989, doi: 10.1016/0017-9310(89)90163-4.
- [7] P. Vasseur, M. Hasnaoui, E. Bilgen, et L. Robillard, « Natural Convection in an Inclined Fluid Layer With a Transverse Magnetic Field: Analogy With a Porous Medium », *Journal of Heat Transfer*, vol. 117, n° 1, p. 121-129, févr. 1995, doi: 10.1115/1.2822290.
- [8] J. P. Garandet, T. Alboussiere, et R. Moreau, « Buoyancy driven convection in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 35, n° 4, p. 741-748, avr. 1992, doi: 10.1016/0017-9310(92)90242-K.
- [9] S. Kimura et A. Bejan, « The “Heatline” Visualization of Convective Heat Transfer », *Journal of Heat Transfer*, vol. 105, n° 4, p. 916-919, nov. 1983, doi: 10.1115/1.3245684.

[10] P. Tabeling, « Convective flow patterns in rectangular boxes of finite extent under an external magnetic field », *J. Phys. France*, vol. 43, n° 9, p. 1295-1303, sept. 1982, doi: 10.1051/jphys:019820043090129500.

[11] H. Ozoe et E. Maruo, « Magnetic and gravitational natural convection of melted silicon. Two-dimensional numerical computations for the rate of heat transfer. », *JSME international journal*, vol. 30, n° 263, p. 774-784, 1987, doi: 10.1299/jsme1987.30.774.

[12] M. Venkatachalappa et C. K. Subbaraya, « Natural convection in a rectangular enclosure in the presence of a magnetic field with uniform heat flux from the side walls », *Acta Mechanica*, vol. 96, n° 1, p. 13-26, mars 1993, doi: 10.1007/BF01340696.

[13] W. Bian, P. Vasseur, E. Bilgen, et F. Meng, « Effect of an electromagnetic field on natural convection in an inclined porous layer », *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 17, n° 1, p. 36-44, févr. 1996, doi: 10.1016/0142-727X(95)00070-7.

[14] Donald A. et Adrian Bejan, *Convection in Porous Media*. Disponible sur: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4614-5541-7>

[15] E. R. Lapwood, « Convection of a fluid in a porous medium », *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 44, n° 4, p. 508-521, oct. 1948, doi: 10.1017/S030500410002452X.

[16] A. Benkhelifa et M. A. Harhad, « Etude Numérique de la Convection Naturelle dans une Cuve Cylindrique », 1999, <http://www.cder.dz/download/jnv_8.pdf>" 37-41p.

[17] S. SAFI et S. BENISSAAD, *Effet de la perméabilité sur la convection thermosolutale en milieu poreux anisotrope | Journal of Renewable Energies*. 2013. [En ligne]. Disponible sur: <https://revue.cder.dz/index.php/rer/article/view/367>

[18] R. Bennacer, A. Tobbal, et H. Beji, « Convection naturelle Thermosolutale dans une Cavité Poreuse Anisotrope: Formulation de Darcy-Brinkman », *Rev. Energ. Ren.*, p. 1-21, 2002.

- [19] J.-L. Merrien, *Exercices et problèmes d'Analyse numérique avec Matlab: Rappels de cours, corrigés détaillés, méthodes*. Dunod, 2007.
- [20] S. SAFI, « Etude de la convection bidiffusive dans un milieu poreux anisotrope. », 2013. [En ligne]. Disponible sur: <https://bu.umc.edu.dz/theses/gclim/SAF6423.pdf>
- [21] E. ZIDI, « Modélisation et simulation d'écoulement de fluide multiconstituant en milieu poreux », 2011.
- [22] André Fortin, « Analyse numérique pour ingénieurs ».
- [23] E. Montseny, « Introduction aux méthodes de résolution numérique des équations différentielles ». http://emmanuel.montseny.pro/cours/eqdiff_cours2.pdf
- [24] M. BOUKRAA, « Etude de la convection naturelle dans une cavité inclinée. », 2012, <http://library.csc.dz/media/thesis/2014-12/20141218111920-BOUKRAA_memoire.pdf>.
- [25] A. BOUMARAF, « Étude de la convection naturelle thermosolutale dans une enceinte rectangulaire inclinée. », 2013, <<http://bu.umc.edu.dz/theses/gmecanique/BOU5658.pdf>>.
- [26] Christian Wielgosz, Bernard Peseux, Yves Lecointe, « Formulations mathématiques et résolution numérique en mécanique ». DEA. Ecole Centrale de Nantes, France. 2004, pp.127. cel-00370502
- [27] Patankar, S. V. « Numerical Heat Transfer and Fluid Flow », Series in computational methods in mechanics and thermal sciences, 1980.
- [28] O. Othmane, « Transferts couplés de chaleur et de masse par convection mixte avec changement de phase dans un canal », 2010, <<https://tel.archives-ouvertes.fr/te-00669024>>.
- [29] MAHIDJIBA, A., « Convection naturelle en milieu poreux anisotrope-Effet du maximum de densité », 2001, <<http://www.collectionscanada.gc.ca/obj/s4/f2/dsk3/ftp05/NQ65544.pdf>>.

[30] M. Vincent, « Méthode des Éléments Finis: vulgarisation des aspects mathématiques et illustration de la méthode - Archive ouverte HAL ». 2013. [En ligne]. Disponible sur: <https://hal.archives-ouvertes.fr/cel-00763690/>

[31] "GOURI DHATT; GILBERT TOUZOT" 1981 une présentation de la méthode des éléments finis Tout le document

[32] A. Latrèche et M. Djezzar, « Etude Numérique de la Convection Naturelle en Milieu Poreux Saturé de Fluide dans une Cavité Rectangulaire à Orientation Variable Soumise à des Conditions de Chauffage Périodiques », 2012, https://uraer.cder.dz/sienr12/st/Article_Latreche_A27.pdf.

[33] J. HUETZ et J.-P. PETIT, « Notions de transfert thermique par convection », *Techniques de l'Ingénieur*, 1990. <https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/archives-th12/archives-plastiques-et-composites-tiaam/archive-1/notions-de-transfert-thermique-par-convection-a1540a/>

[34] M. BATTIRA, « Stabilité magnétohydrodynamique des écoulements de convection naturelle dans des enceintes », 2009. [En ligne]. Disponible sur: <https://bu.umc.edu.dz/theses/gmecanique/BAT5366.pdf>

[35] S.-E. Ouyahia, Y. K. Benkahla, M. Benzema, et W. Berabou, *Effet du champ magnétique sur la convection naturelle dans une cavité inclinée remplie d'un nanofluide*. 2015, <<https://docplayer.fr/storage/84/89902006/89902006.pdf>>.

[36] Y. Ould-Amer, « Effet de l'angle d'inclinaison sur la convection naturelle dans une cavité poreuse bicouche », *Revue de Mécanique Appliquée et Théorique*, 2010, <smsg.fsac.ac.ma/larevue/2010_3/art5vol2n3_0911.pdf>.

[37] C. Brezinski, « Méthodes d'accélération de la convergence en analyse numérique: 1e thèse », Thèse d'état, Université Joseph Fourier, Grenoble ; 1971-2015, France, 1971.

[38] Luca Amadei ; Jean-Pierre Oedieu « ANALYSE NUMERIQUE MATRICIELLE », 2008.

[39] E. R. Lapwood, « Convection of a fluid in a porous medium », *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 44, n° 4, p. 508-521, oct. 1948, doi: 10.1017/S030500410002452X.

[40] Société BERTIN et Cie Plaisir, *TRANSFERTS DE CHALEUR PAR CONVECTION NATURELLE EN MILIEU POREUX*. 1972.

[41] "EVGRAFOV, K. BEJANOV, Y. SIDOROV, M. FEDORUK, M. CHABOUNINE"1974 RECUEIL DE PROBLÈMES SUR LA THÉORIE DES FONCTIONS ANALYTIQUES 125; 364 – 367

[42] M. Hug, *Mécanique des fluides appliquée aux problèmes d'aménagement et d'énergétique*. Paris, France: Eyrolles, 1975.

[43] F. Penot, « Transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité rectangulaire isotherme ouverte sur une face », *Rev. Phys. Appl. (Paris)*, vol. 15, n° 2, p. 207-212, févr. 1980, doi: 10.1051/rphysap:01980001502020700.

[44] P. Tabeling, « Convective flow patterns in rectangular boxes of finite extent under an external magnetic field », *J. Phys. France*, vol. 43, n° 9, p. 1295-1303, sept. 1982, doi: 10.1051/jphys:019820043090129500.

[45] S. Kimura et A. Bejan, « The "Heatline" Visualization of Convective Heat Transfer », *Journal of Heat Transfer*, vol. 105, n° 4, p. 916-919, nov. 1983, doi: 10.1115/1.3245684.

[46] BEJAN A « The Method of Scale Analysis: Natural Convection in a Porous Medium », 1985 <[https://doi.org/10.1016/0017-9310\(85\)90272-8](https://doi.org/10.1016/0017-9310(85)90272-8)>

[47] H. Ozoe et K. Okada, « The effect of the direction of the external magnetic field on the three-dimensional natural convection in a cubical enclosure », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 32, n° 10, p. 1939-1954, oct. 1989, doi: 10.1016/0017-9310(89)90163-4.

[48] HENDRO TJAHJONO, « ETUDE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE CONDUITE HORIZONTALE CHAUFFEE A UNE EXTREMITE », 1991, <https://inis.iaea.org/collection/NCLCollectionStore/_Public/23/063/23063945.pdf>.

[49] J. P. Garandet, T. Alboussiere, et R. Moreau, « Buoyancy driven convection in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 35, n° 4, p. 741-748, avr. 1992, doi: 10.1016/0017-9310(92)90242-K.

[50] H. Ozoe et E. Maruo, « Magnetic and gravitational natural convection of melted silicon. Two-dimensional numerical computations for the rate of heat transfer. », *JSME international journal*, vol. 30, n° 263, p. 774-784, 1987, doi: 10.1299/jsme1987.30.774.

[51] J. Gauthier, « Modélisation du transport de chaleur en milieu poreux: application à un système de pompage géothermique avec stockage d'énergie en aquifère. », masters, Université du Québec, Institut national de la recherche scientifique, Québec, 1993. Consulté le: 3 juin 2022. [En ligne]. Disponible sur: <https://espace.inrs.ca/id/eprint/1550/>

[52] M. Venkatachalappa et C. K. Subbaraya, « Natural convection in a rectangular enclosure in the presence of a magnetic field with uniform heat flux from the side walls », *Acta Mechanica*, vol. 96, n° 1, p. 13-26, mars 1993, doi: 10.1007/BF01340696.

[53] P. Vasseur, M. Hasnaoui, E. Bilgen, et L. Robillard, « Natural Convection in an Inclined Fluid Layer With a Transverse Magnetic Field: Analogy With a Porous Medium », *Journal of Heat Transfer*, vol. 117, n° 1, p. 121-129, févr. 1995, doi: 10.1115/1.2822290.

[54] SARR Joseph, « CONTRIBUTION A L'ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DE LA CONVECTION NATURELLE TRANSITOIRE ET PERMANENTE DANS UN SECTEUR ANNULAIRE », 1994, <<http://196.1.97.20/greenstone/collect/ths/import/ST-6089.pdf>>

[55] G. Degan, P. Vasseur, et E. Bilgen, « Convective heat transfer in a vertical anisotropic porous layer », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 38, n° 11, p. 1975-1987, juill. 1995, doi: 10.1016/0017-9310(94)00330-X.

[56] G. Degan et P. Vasseur, « NATURAL CONVECTION IN A VERTICAL SLOT FILLED WITH AN ANISOTROPIC POROUS MEDIUM WITH OBLIQUE PRINCIPAL AXES », *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. 30, n° 4, p. 397-412, sept. 1996, doi: 10.1080/10407789608913847.

[57] G. Degan et P. Vasseur, « Boundary-layer regime in a vertical porous layer with anisotropic permeability and boundary effects », *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 18, n° 3, p. 334-343, juin 1997, doi: 10.1016/S0142-727X(97)00011-8.

- [58] Albin Bölcs « TRANSMISSION DE CHALEUR », 1997.
- [60] R. Touihri, « Stabilité des écoulements dans une cavité cylindrique chauffée par le bas en présence d'un champ magnétique », Thèse de doctorat, Ecully, Ecole centrale de Lyon, 1998. Disponible sur: <http://www.theses.fr/1998ECDL0012>
- [61] A. Benkhelifa et M. A. Harhad, « Etude Numérique de la Convection Naturelle dans une Cuve Cylindrique », 1999, <http://www.cder.dz/download/jnv_8.pdf>.
- [62] B. Draoui et M. Benyamine, « Simulation Numérique de la Convection Naturelle en Régime Laminaire Transitoire dans une Serre Tunnel Chauffée par le Bas (Flux) », 1999, <https://www.cder.dz/download/jnv_28.pdf>.
- [63] Clotilde VILLERMAUX, « MODELISATION PHYSIQUE ET NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE COUCHE DE FLUIDE DE FAMILLE RAPPORT D'ASPECT DANS LE CADRE DES ETUDES D'ACCIDENTS GRAVES DE REACTEURS A EAU SOUS PRESSION », 1999, https://inis.iaea.org/collection/NCLCollectionStore/_Public/47/078/47078175.pdf>.
- [64] I. Pop et D. B. Ingham, *Convective Heat Transfer: Mathematical and Computational Modelling of Viscous Fluids and Porous Media*. Elsevier, 2001.
- [65] MAHIDJIBA, A., « Convection naturelle en milieu poreux anisotrope-Effet du maximum de densité. », 2001, <<http://www.collectionscanada.gc.ca/obj/s4/f2/dsk3/ftp05/NQ65544.pdf>>.
- [66] MAURICE DUQUESNE, *LA PHYSIQUE*, 2001
- [67] J. Aubert, « Modèles expérimentaux et numériques de la convection dans le noyau de la Terre. », p. 241, 2001, <<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00683861v2/document>>.
- [68] R. Bennacer, A. Tobbal, et H. Beji, « Convection naturelle Thermosolutale dans une Cavité Poreuse Anisotrope: Formulation de Darcy-Brinkman », *Rev. Energ. Ren.*, p. 1-21, 2002.
- [69] DESAIVE Thomas, « Thermoconvection dans les milieux poreux: stabilité et dynamique non-linéaire », 2002, <<https://orbi.uliege.be/bitstream/2268/79056/1/THESE00.pdf>>.

[70] YOUNSI Ramdane, « SIMULATION NUMERIQUE DU TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE EN MILIEUX FLUIDES ET POREUX », 2002, <<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00148969/document>>.

[71] Guillaume Authié, « Convection naturelle sous champ magnétique en cavité verticale élancée », 2002, <<https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01338731/file/Authier%20Complet.pdf>>.

[72] P. Marchand, « Graphics and GUIs with MATLAB », 1996. doi: 10.5860/choice.34-1598.

[73] C. Danquigny, « Etude expérimentale du transfert de masse en milieu poreux hétérogène », These de doctorat, Strasbourg 1, 2003. Disponible sur: <http://www.theses.fr/2003STR13215>

[74] Risser et Laurent, *Différences finies pour la résolution numérique des équations de la mécanique des fluides*. 2006.

[75] Donald A. et Adrian Bejan, *Convection in Porous Media*. [En ligne]. Disponible sur: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4614-5541-7>

[76] L. Hachani, « Etude de l'influence de la convection naturelle et forcée sur le processus de la solidification: cas d'un alliage métallique binaire. », 2013, <<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00949060/document>>.

[77] IBRIR Nadia « ETUDE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE CAVITE RECTANGULAIRE CONTENANT DU METAL LIQUIDE ». 2006 http://theses.univ-batna.dz/index.php/theses-en-ligne/doc_download/1433-etude-de-la-convection-naturelle-dans-une-cavite-rectangulaire-contenant-du-metal-liquide-

[78] A. DEVESA, « Modélisation de paroi pour la simulation d'écoulements instationnaires non-isothermes », 2006. [En ligne]. Disponible sur: <https://docplayer.fr/5301107-Modelisation-de-paroi-pour-la-simulation-d-ecoulements-instationnaires-non-isothermes.html>

[79] OUDINA-MEBAREK Fateh., BESSAIH R., « Stabilité magnétohydrodynamique des écoulements de convection naturelle dans une configuration cylindrique de type », 2007 <http://www.sft.asso.fr/Local/sft/dir/user3775/documents/actes/Congres_2007/communications/381.pdf>

[80] DEGAN, G., AKOWANOU Chr., « Transfert convectif dans les cavités poreuses soumises à un champ magnétique transversal », 2007.
<<http://bec.uac.bj/uploads/publication/0e8f16a0fc8ea88c2986310288409866.pdf>>" série E, 9(1) : 1-11.

[81] B. MOUJALLED, « Modélisation dynamique du confort thermique dans les bâtiments naturellement ventilés », 2007. [En ligne]. Disponible sur: <http://theses.insa-lyon.fr/publication/2007ISAL0005/these.pdf>

[82] M. Belhi, « Etude numérique de la convection mixte dans une cavité carrée munie de plusieurs entrées. », 2007, <http://www.sft.asso.fr/Local/sft/dir/user3775/documents/actes/Congres_2007/communications/352.pdf>.

[83] M. A. Yahiaoui, « SIMULATION NUMÉRIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE INDUITE PAR DOUBLE DIFFUSION ET EFFET SORET DANS UNE CAVITÉ CYLINDRIQUE CONCENTRIQUE », 2007. [En ligne]. Disponible sur: <http://biblioweb.u-cergy.fr/theses/07CERG0382.pdf>

[84] Haykel Ben AHMED « Étude de la convection mixte d'origine thermosolutale sous l'influence de l'effet SORET dans un milieu poreux : analyse de stabilité linéaire et simulations 3D », 2008
<<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00337572/document>>"

[85] A. DJEBLI, « Convection naturelle bidiffusive dans une enceinte rectangulaire remplie d'une matière poreuse », 2009. [En ligne]. Disponible sur: <https://bu.umc.edu.dz/theses/gmecanique/DJE5329.pdf>

[86] C. REVNIC, I. POP, T. GROSAN, et D. G. INGHAM, « Natural Convection in an Inclined Square Cavity with Heated and Cooled Adjacent Walls and Filled with a Porous Medium », 2009, <<https://benthamopen.com/ABSTRACT/TOTPJ-1-20/pdf>>.

[87] G. LEPLAT, « Stabilité d'un écoulement de convection naturelle en milieu confiné », 2009, <https://depozit.isae.fr/theses/2009/2009_Leplat_Gillian.pdf>.

[88] M. BATTIRA, « Stabilité magnétohydrodynamique des écoulements de convection naturelle dans des enceintes », 2009. [En ligne]. Disponible sur: <https://bu.umc.edu.dz/theses/gmecanique/BAT5366.pdf>

[89] F. Mejni, « Structures synchronisées dans les écoulements inhomogènes de convection mixte en milieu poreux », 2009, <<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00391122>>.

[90] O. Othmane, « Transferts couplés de chaleur et de masse par convection mixte avec changement de phase dans un canal », 2010, <<https://tel.archives-ouvertes.fr/te-00669024>>.

[91] M. NABHANI, « Contribution à l'étude du phénomène de l'écrasement de lubrifiants non newtoniens en présence de milieux poroélastiques », 2010, <https://pdfs.semanticscholar.org/1e17/bcbd985b20071545ce1b477e999885eafe50.pdf?_ga=2.230386907.610101474.1579774103-97853922.1576776874>.

[92] Y. Ould-Amer, « Effet de l'angle d'inclinaison sur la convection naturelle dans une cavité poreuse bicouche », *Revue de Mécanique Appliquée et Théorique*, 2010.

[93] D. DAVID, « ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA CONVECTION NATURELLE AUX ABORDS DE PAROIS CONTENANT DES MATÉRIAUX À CHANGEMENT DE PHASE », 2010, <<http://theses.insa-lyon.fr/publication/2010ISAL0114/these.pdf>>.

[94] Y. EL HAMMAMI, « Étude numérique des transferts thermique et massique lors de la condensation d'un mélange en film liquide à l'intérieur d'un tube », 2010, <https://toubkal.imist.ma/bitstream/handle/123456789/7946/THESE_EL%20HAMMAMI.pdf?sequence=3>.

[95] M. Freddy, « Matlab pour les ingénieurs », 2010. Disponible sur: <https://studylibfr.com/doc/4441744/matlab-pour-les-ingenieurs>

[96] F. MECHIGHEL, « Modélisation de la convection au cours des changements de phase liquide-solide : effet d'un champ magnétique », 2010, <<http://epublications.unilim.fr/theses/2010/mechighel-farid/mechighel-farid.pdf>>.

[97] M. GUESTAL, « Modélisation de la Convection Naturelle Laminaire dans Une Enceinte Avec Une Paroi Chauffée Partiellement », 2010, <<https://bu.umc.edu.dz/theses/gmecanique/GUE5661.pdf>>.

[98] M. Djezzar et T. Tayebi, *Processus de la convection naturelle laminaire dans une cheminée solaire*. 2017. [En ligne]. Disponible sur: <http://archives.umc.edu.dz/handle/123456789/9636?locale-attribute=en>

[99] H. A. Ashorynejad, M. Farhadi, K.Sedighi, et A.Hasanpour, « Natural Convection in a Porous Medium Cavity with an Applied Vertical Magnetic Field using Lattice Boltzmann Method », *International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering*, vol. 5, n° 1, p. 123-129, janv. 2011.

[100] L. Xiao, *Chapter 11. Advanced Plotting Techniques - Matlab: A Practical Introduction to Programming and Problem Solving, 2nd Edition [Book]*. 2011. [En ligne]. Disponible sur: <https://www.oreilly.com/library/view/matlab-a-practical/9780123850812/xhtml/CHP011.html>

[101] D. K. Francis, Lénine, « Convection naturelle turbulente en cavité différentiellement chauffée à grands nombres de Rayleigh : caractérisation expérimentale des écoulements et des transferts thermiques, étude numérique du couplage convection-rayonnement », 2011, <<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00595352>>.

[102] E. ZIDI, « Modélisation et simulation d'écoulement de fluide multiconstituant en milieu poreux », 2011, <http://thesis.univ-biskra.dz/1131/1/Meca_m1_2010.pdf>.

[103] S. HUA, « Modelisation et simulation numérique de la convection naturelle dans des melanges binaires de gaz parfaits contenus dans des cavités : application a la condensation ou à l'évaporation surfaciques », 2011, <<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00598321>>.

[104] N. N. HAROLD, « Convection naturelle de nanofluides par la méthode de Boltzmann sur réseau. - PolyPublie », 2011. [En ligne]. Disponible sur: <https://publications.polymtl.ca/630/>

[105] M. NIEZGODA, « Modélisation du transfert thermique au sein de matériaux poreux multiconstituants », 2011, <https://pdfs.semanticscholar.org/4ac4/e23deed635890a1be35fae57c7ddc881c83e.pdf?_ga=2.27485563.610101474.1579774103-97853922.1576776874>.

[106] S. Bories et B. R. Baliga, « Modeling of Conduction and Natural Convection in Ice-Water Systems Containing Porous Metal Foams », in *Volume 3: Gas Turbine Heat Transfer; Transport Phenomena in Materials Processing and Manufacturing; Heat Transfer in Electronic Equipment; Symposium in Honor of Professor Richard Goldstein; Symposium in Honor of Prof. Spalding; Symposium in Honor of Prof. Arthur E. Bergles*, Minneapolis, Minnesota, USA, juill. 2013, p. V003T21A015. doi: 10.1115/HT2013-17496.

[107] MATLAB, « Advanced Plotting Techniques Chapter 11 Above Principal contraction ». <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/>

[108] O. HAMDI, « Etude de l'écoulement instationnaire d'un fluide Newtonien dans un domaine cartésien en présence d'un gradient de pression », 2012, < <http://thesis.univ-biskra.dz/id/eprint/1796>>.

[109] M. BOUKRAA, « Etude de la convection naturelle dans une cavité inclinée. », 2012, <http://library.csc.dz/media/thesis/2014-12/20141218111920-BOUKRAA_memoire.pdf>.

[110] C. DAVERAT, « ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA CONVECTION NATURELLE EN CANAL VERTICAL À FLUX DE CHALEUR IMPOSÉ : application au rafraîchissement passif de composants actifs de l'enveloppe des bâtiments », 2012, <<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00782327/document>>.

[111] Latrèche Abdelkarim et Djezzar Mahfoud, « Etude Numérique de la Convection Naturelle en Milieu Poreux Saturé de Fluide dans une Cavité Rectangulaire à Orientation Variable Soumise à des Conditions de Chauffage Périodiques », 2012 https://uraer.cder.dz/sienr12/st/Article_Latreche_A27.pdf

[112] M. SAMMOUDA, « Modélisation Théorique et Numérique du Phénomène de la Convection Naturelle et Thermosolutale dans les Milieux poreux à Porosité Variable. », 2012, <http://toubkal.imist.ma/bitstream/handle/123456789/9941/THESE_SAMMOUDA.pdf>.

[113] A. ABDERRAHIM, « Etude numérique de la convection forcée turbulente dans un capteur solaire à air à double passe », 2012, <<http://dspace.univ-tlemcen.dz/bitstream/112/1242/1/Etude-numerique-de-la-convection-forcee-turbulente-dans-un-capteur-solaire-a-air-a-double-passe.pdf>>.

[114] H. R. Ashorynejad, M. Farhadi, K. Sedighi, et A. Hasanpour, « Natural Convection in a Porous Medium Rectangular Cavity with an Applied Vertical Magnetic Field Using Lattice Boltzmann Method », *AMM*, vol. 110-116, p. 839-846, oct. 2011, doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.110-116.839.

[115] G. KAMAL, « CONVECTION NATURELLE EN MILIEU CONFINE OU EN MILIEU POREUX », 2012.

[116] P. MARTY, « COURS DE TRANSFERTS THERMIQUES ». 2012. [En ligne]. Disponible sur: <https://www.schoolmouv.fr/cours/transferts-thermiques/fiche-de-cours>

[117] S. David, « MÉTHODES NUMÉRIQUES et SIMULATIONS », 2012. [En ligne]. Disponible sur: https://www.physique.usherbrooke.ca/pages/sites/default/files/PHQ404_0.pdf

[118] B. BEDAT, *Transfert de Chaleur*. 2012. [En ligne]. Disponible sur: <https://www.cepadues.com/livres/sciences/mecanique-physique/776-transfert-de-chaaleur-9782364930247.html>

[119] Y. JANNOT, *Transferts thermiques*. 2012. [En ligne]. Disponible sur: <http://www.thermique55.com/principal/thermique.pdf>

[120] E. BELAHMADI, « Simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée poreuse. », 2013. [En ligne]. Disponible sur: <http://bu.umc.edu.dz/theses/gmecanique/BEL6418.pdf>

[121] S. SAFI et S. BENISSAAD, *Effet de la perméabilité sur la convection thermosolutale en milieu poreux anisotrope | Journal of Renewable Energies*. 2013. [En ligne]. Disponible sur: <https://revue.cder.dz/index.php/rer/article/view/367>

[122] A. BOUMARAF, « Étude de la convection naturelle thermosolutale dans une enceinte rectangulaire inclinée. », 2013.

[123] S. SAFI, « Etude de la convection bidiffusive dans un milieu poreux anisotrope. », 2013. [En ligne]. Disponible sur: <https://bu.umc.edu.dz/theses/gclim/SAF6423.pdf>

[124] B. Grandjean, *Transfert de chaleur*. 2013.

[125] A. IMAKHLAF, « Analyse d'un problème inverse de conduction-convection forcée dans un échangeur de chaleur », MEMOIRE DE MAGISTER, 2013, <<https://www.univ-setif.dz/MMAGISTER/images/facultes/sciences/2013/imakhlafanis.pdf>>.

[126] L. SOUCASSE, « Effets des transferts radiatifs sur les écoulements de convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée en régimes transitionnel et faiblement turbulent », 2013. [En ligne]. Disponible sur: https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00978507/file/these-soucasse_final.pdf

[127] L. SOUIADI, « LA CONVECTION MIXTE DANS UN CANAL HORIZONTAL MUNI DE BLOCS CHAUFFES », 2013.

[128] M. I. BEKKOUCHE et M. TRARI, « Etude numérique comparative entre deux conditions thermiques symétriques (Flux, Température) appliquée, dans les échangeurs de chaleur Présenté », 2013, <<http://dspace.univ-tlemcen.dz/bitstream/112/3866/1/msgm10.pdf>>.

[129] B. Grandjean, *Transfert de chaleur*. 2013, <<http://www.grandjean-bpa.com/therm/Transfertdechaleur-vol1.pdf>>, Volume 1 et Volume 2.

[130] M. Vincent, « Méthode des Éléments Finis: vulgarisation des aspects mathématiques et illustration de la méthode - Archive ouverte HAL ». 2013. [En ligne]. Disponible sur: <https://hal.archives-ouvertes.fr/cel-00763690/>

[131] N. Dihmani et Amraqui, « Modélisation Numérique De La Convection Naturelle Dans Un Canal Vertical Rempli Partiellement De Deux Couches Poreuses », 2014, <https://www.cder.dz/download/Art17-2_3.pdf>.

[132] A. Bykalyuk, « Contribution à l'étude des échanges convectifs à l'interface fluide paroi en présence de matériaux à changement de phase : Application au bâtiment », Theses, INSA de Lyon, 2014. [En ligne]. Disponible sur: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01208024>

[133] TCHEKIKEN Chahinez, « Modélisations et simulations numériques d'écoulements compressibles dans les micro-conduites planes », 2014, <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01139839>

[134] B. Ouattara, « Prise en compte des caractéristiques thermophysiques des parois dans le processus de séparation des constituants d'un mélange binaire ou d'un nanofluide par diffusion thermogravitationnelle en milieu poreux », Theses, Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2012. Consulté le: 29 juillet 2022. [En ligne]. Disponible sur: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00968643>

[135] S. LEBBIHI, « SIMULATION DE LA CONVECTION NATURELLE AUTOUR D'UNE SOURCE DE CHALEUR LOCALISEE AU FOND D'UNE ENCEINTE REMPLIE DE NANO FLUIDE », *Conference: CFD & Tech*, CRND-Draria, Alger, 2016.

[136] Y. BOUGUERRA, « Simulation numérique de la convection naturelle thermosolutale avec effet Soret », 2014. [En ligne]. Disponible sur: <https://bu.univ-ouargla.dz/master/pdf/Bouguerra-yasser.pdf>

[137] H. C. VU DO, « Méthodes numériques pour les écoulements et le transport en milieu poreux », 2014, <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-1127076/file/2014PA112348_annexe.pdf>.

[138] S. MORSLI, « Simulation numérique de la convection naturelle et la génération de l'entropie dans les cavités », 2015. [En ligne]. Disponible sur: <https://www.univ-usto.dz/images/coursenligne/THESE MORSLI SOUAD.pdf>

[139] A. Elbouzidi, « Modélisations numérique et théorique du phénomène de la double diffusion dans un milieu poreux à porosité variable. Application extraction de la chaleur en géothermique », 2015, [En ligne]. Disponible sur: <http://thesesenafrique.imist.ma/handle/123456789/1787>

[140] Oussama CHABANI; Stéphane ABIDE; Nacer LAMROUS; Belkacem ZEGHMATI « Simulation numérique de la convection thermosolutale non-Boussinesq dans une cavité carrée » 2015, <<http://documents.irevues.inist.fr/bitstream/handle/2042/57490/65943.pdf?sequence=1>>

[141] SEBASTIEN RENAUDIÈRE DE VAUX, « Convection thermique en présence d'un champ magnétique constant, alternatif, ou d'une source de chaleur dispersée », 2017 <<https://oatao.univ-toulouse.fr/19752/1/renaudiere.pdf>>

[142] F. Zouiri, A. Oulmane Maamar, N. Labsi, K. Benkahla Youb, et A. Boutra, « Convection naturelle au sein d'une cavité carrée munie d'une source chauffante placée sur sa paroi inférieure », in *CFM 2017 - 23ème Congrès Français de Mécanique*, Lille, France, août 2017. [En ligne]. Disponible sur: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03465431>

[143] E. Montseny, « Introduction aux méthodes de résolution numérique des équations différentielles », <http://emmanuel.montseny.pro/cours/eqdiff_cours2.pdf>.

[144] S.-E. Ouyahia, Y. K. Benkahla, M. Benzema, et W. Berabou, *Effet du champ magnétique sur la convection naturelle dans une cavité inclinée remplie d'un nanofluide*. 2015, <<https://docplayer.fr/storage/84/89902006/89902006.pdf>>.

[145] J. HUETZ et J.-P. PETIT, « Notions de transfert thermique par convection », *Techniques de l'Ingénieur*, 1990. <https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/archives-th12/archives-plastiques-et-composites-tiaam/archive-1/notions-de-transfert-thermique-par-convection-a1540a/>

[146] S. BENISSAAD, A. BOUMARAF, et A. DJEBLI, « Étude de la convection naturelle thermosolutale dans une enceinte inclinée », *Communication*, 2011. [En ligne]. Disponible sur:http://www.sft.asso.fr/Local/sft/dir/user-3775/documents/actes/congres_2011/Communications/10.pdf

[147] F. BERRAHIL et S. BENISSAAD, « Effet du chauffage volumétrique sur la convection naturelle MHD dans une cavité annulaire », <<http://www.univ-tebessa.dz/fichiers/univ-jijle/194.pdf>>.

[148] H. Ben Hamed, H. Beji, T. Langlet, et R. Bennacer, « Convection Mixte Dans Un Canal Mixte Fluide- Poreux Hors Equilibre Thermique Local », <<http://cnriut09.univ-lille1.fr/articles/Articles/Fulltext/293a.pdf>>.

[149] A. Benkhelifa et M. A. Harhad, « Etude Numérique de la Convection Naturelle dans une Cuve Cylindrique », <http://www.cder.dz/download/jnv_8.pdf>.

[150] V. LANGANFIN GLELE, R. G. Agbokpanzo, et G. DEGAN, « PHYSICAL MODELLING OF NATURAL MHD CONVECTION », Proceedings of ICEESEN2020, Kayseri-Turkey, nov. 2020.

[151] L. G. Victor, A. R. Gilles, et D. Gérard, « DIGITAL RESOLUTION OF THE SYSTEM OF GOVERNING EQUATIONS OF THE NATURAL MAGNETOHYDRODYNAMIC CONVECTION PHENOMENON », International Journal of Current Research, vol. 12, p. 17, 2020.

Table des matières

Thèse de Doctorat	
Dédicace	i
Remerciements.....	ii
Résumé	iv
Abstract	v
Nomenclature	vi
Liste des figures.....	viii
Liste des tableaux	x
Sommaire.....	xi
Introduction générale.....	1
Chapitre 1 : revue bibliographique.....	7
Introduction	7
1.1. Effets de l'anisotropie	7
1.1.1. Anisotropie en perméabilité	7
1.1.2. Anisotropie thermique	8
1.2. Effets du champ électrique.....	9
1.3. Mouvements stationnaires.....	10
1.4. Convection thermique.....	10
1.5. Convection en milieu fluide conducteur	10
1.6. Effets du champ magnétique	10
1.7. Convection naturelle en fonction de la géométrie des supports	11
➤ Cuve cylindrique.....	11
➤ Enceinte rectangulaire remplie d'une matière poreuse	12
➤ Cavité parallélépipédique.....	12
➤ Enceinte rectangulaire saturée par un fluide binaire.....	13
➤ Plaques planes.....	14
➤ Milieu poreux rectangulaire incliné	14
➤ Cavité poreuse bicouche.....	15
1.8. Effets de la densité.....	15
1.8.1. Convection naturelle dans un milieu poreux anisotrope saturé par un fluide binaire	16
1.8.2. Milieu poreux saturé par un fluide multiconstituant	17

Conclusion	18
Chapitre 2 : modélisation physique et mathématique du phénomène	20
Introduction.....	20
2.1 Formulation du problème	20
2.2 Modélisation mathématique du phénomène	21
2.3 Hypothèse de Boussinesq	24
2.4 Équations de base	27
2.5 Système d'équations gouvernantes	28
2.6 Conditions initiales et aux limites	29
2.6.1 Conditions initiales.....	29
2.6.2 Conditions aux limites	30
2.7 Généralités sur la l'adimensionnalisation	30
2.7.1 Premier cas : axes positionnés aux bords de la cavité.....	30
2.7.2 Deuxième cas : axes positionnés au centre de la cavité.....	33
2.7.3 Système d'équations gouvernantes adimensionnelles	35
2.8 Conditions aux limites	36
2.8.1 Conditions hydrodynamiques	36
2.8.2 Conditions thermiques	37
2.9 Taux de transfert de chaleur ,	37
Conclusion :	38
Chapitre 3 : résolution numérique du problème	39
Introduction.....	39
3.1 Méthode des différences finies, principe de représentation	39
3.2 Maillage et stockage des variables	40
3.3 Discrétisation des équations gouvernantes	42
3.3.1 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement	42
3.3.2 Discrétisation de l'équation de l'énergie.....	44
3.3.3 Discrétisation des équations de continuité.....	45
3.4 Système d'équations gouvernantes discrétisées	45
3.5 Discrétisation du taux de transfert de chaleur	46
3.6 Solution du système d'équations discrétisées	46
3.6.1 Etapes de résolution du système d'équations discrétisées	46
3.7.2. Procédures de résolution du système d'équations discrétisées	47
3.7 Algorithme de résolution du système d'équations discrétisées	49

Conclusion.....	51
Chapitre 4 : résultats et discussions	52
Introduction.....	52
4.1 Validation du code de résolution numérique.....	52
4.1.1 Choix du maillage.....	52
4.1.2 Validation qualitative du programme numérique.....	56
4.1.3 Validation quantitative du programme numérique	59
4.2 Influence de l'angle d'inclinaison delta (δ) du champ magnétique	60
4.2.1 Influence de l'angle d'inclinaison delta (δ) du champ magnétique sur les vitesses U et V	60
4.2.2 Influence de l'angle d'inclinaison delta (δ) du champ magnétique sur le taux de transfert de chaleur.....	63
4.2.3 Influence du nombre de Hartmann Ha sur les vitesses U et V.....	64
4.2.4 Influence du nombre de Hartmann Ha sur les lignes de courant	69
4.2.5 Influence du nombre de Hartmann Ha sur les lignes de température	71
4.3 Taux de transfert de chaleur.....	75
Conclusion	80
Conclusion générale et perspectives	53
Références bibliographiques	57
Table des matières	74