



UNIVERSITE D'ABOMEY – CALAVI

École Doctorale Sciences de l'Ingénieur (ED-SDI)

Master de Recherche en Efficacité Energétique et Energies Renouvelables

Rapport de stage

Thème :

Modélisation d'une machine Stirling duplex

Présenté par :

Miguel Thomas Yaovi ADANKPO

Sous la direction de :

Dr., Ir. Clément AHOUANNOU

Maître de Conférences EPAC/UAC (BENIN)

Dr., Ir. François LANZETTA

Professeur titulaire FEMTO-UB (France)

Avant-propos

Les travaux de ce mémoire n'auront pas abouti sans la contribution de certaines personnes importantes.

Tout particulièrement, je voudrais exprimer mes plus profondes gratitudee au professeur Clément AHOUANNOU Directeur Adjoint de l'EPAC pour avoir accepté me suivre dans le cadre de ce travail. Pour moi ce fût un honneur de travailler avec lui. Je tiens à le remercier pour son aide, son orientation, sa disponibilité malgré ses diverses occupations. Sans oublier ses qualités humaines scientifiques qui sont à la hauteur de son expérience dans le domaine du Génie Mécanique et Energétique

Mes remerciements reconnaissants au Professeur François LANZETTA directeur du Laboratoire FEMTO pour son acceptation à me suivre en tant que Co-maître de mémoire ; ce fût très intéressant de travailler sous ces indications.

Mes remerciements vont à l'endroit de toute la famille ADANKPO, et à la famille BIO pour leurs soutiens divers durant cette formation.

Mes remerciements au professeur AKPONA Simon, biochimiste de renom pour ses assistances diverses.

Mes remerciements à mon cher collègue de laboratoire Berléo APOVO pour ces diverses soutient et entraide.

Je remercie ma mère, mon Père, pour leurs soutiens.

Enfin mes remerciements les plus précieux et toute ma gratitude vont à l'endroit de mon épouse Falilatou BIO pour ses encouragements et son assistance lors des longues soirées de travail.

Je voudrais associer à ces remerciements toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

Summary

This research report focuses on the modelling of two GPU-3 Stirling machines of General Motor mounted in duplex. We opted for two-stage modelling, one for the motor part, and another for the receiver part. The model of the driving part of the duplex Stirling was elaborated imitating the ideal adiabatic model of Urieli without loss on a GPU-3 this allowed us to obtain the characteristic data of the driving part of the duplex machine. These results have served us with the incorporation of a loss factor to calculate from the losses that occur during the operation of the machine, to be able to apply in a second step, a cyclic isothermal model inspired by the works of Akshit Markan & al. We have been able to demonstrate that the performance of the system is very sensitive to the mechanical strength of the piston, the heating temperature, the speed of rotation, and the diameter of the piston.

Résumé

Ce rapport de recherche se penche sur la modélisation de deux machines Stirling de type GPU-3 de General Motor monté en duplex. Nous avons opté pour une modélisation en deux étapes soit un modèle pour la partie motrice, et un autre pour la partie réceptrice. Le modèle de la partie motrice du duplex Stirling a été élaboré en imitant le modèle adiabatique idéale d'Urieli sans perte sur un GPU-3 ceci nous a permis d'obtenir les données caractéristiques de la partie motrice de la machine duplex. Ces résultats nous ont servi avec l'incorporation d'un facteur de pertes calculer à partir des pertes qui adviennent lors du fonctionnement de la machine, de pouvoir appliquer dans une seconde étape, un model isotherme cyclique inspire des travaux de Akshit Markan & al. Nous avons pu démontrer que les performances du système sont très sensibles à la résistance mécanique du piston, à la température de chauffe, la vitesse de rotation et au diamètre du piston.

Nomenclature

<i>A</i>	surface, m^2	ω	vitesse angulaire, $rad.s^{-1}$
<i>C</i>	chaleur spécifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	<i>Indices et exposants</i>	
<i>D</i>	différentielle par rapport au temps (d/dt)	<i>c</i>	volume de compression
<i>Dh</i>	diamètre hydraulique, m	<i>ck</i>	frontière échangeur froid/volume de compression
<i>k</i>	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$	<i>e</i>	volume de détente
<i>L</i>	longueur, m	<i>fr</i>	frottements
<i>m</i>	masse, kg	<i>g</i>	gaz
<i>ṁ</i>	débit massique, $kg.s^{-1}$	<i>h</i>	échangeur chaud
<i>NUT</i>	Nombre d'Unités de Transfert	<i>he</i>	frontière échangeur chaud/volume de détente
<i>P</i>	pression, Pa	<i>ideal</i>	analyse adiabatique idéal
<i>Pr</i>	nombre de Prandtl	<i>irr</i>	irréversible
<i>Re</i>	nombre de Reynolds	<i>k</i>	échangeur froid
<i>St</i>	nombre de Stanton	<i>kr</i>	frontière régénérateur/échangeur froid
<i>T</i>	température, K	<i>leak</i>	fuite de gaz
<i>u</i>	vitesse, $m.s^{-1}$	<i>loss</i>	pertes
<i>V</i>	volume, m^3	<i>r</i>	régénérateur
<i>Q</i>	quantité d'énergie, J	<i>rh</i>	frontière régénérateur/volume de détente
<i>W</i>	travail, J	<i>p</i>	à pression constante
<i>Symboles grecs</i>		<i>shuttle</i>	effet navette
α	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$	<i>v</i>	à volume constant
ε	efficacité	<i>w</i>	toile métallique
Δ	différence		
γ	coefficient adiabatique du gaz,		
μ	viscosité dynamique, $Pas.s$		

Table des matières

Liste des figures	vi
Introduction	8
Chapitre 1 Présentation des machines Stirling	9
1.2. Historique des moteurs Stirling	10
1.3. Principe de fonctionnement	11
1.4. Cycle Stirling théorique	11
1.5. Classification des moteurs Stirling selon le mode de fonctionnement	12
Chapitre 2 : Etat de l'art sur la modélisation des machines Stirling duplex	21
2.1. Introduction	21
2.2. Modèle d'ordre zéro	21
2.3. Modèle de premier ordre	21
2.4. Modèle de second ordre	23
2.6. Modèle CFD ou de quatrième ordre	29
2.7. Conclusion.....	31
Chapitre 3 : Matériel et méthode	32
3.1. Introduction	32
3.2. Justification du modèle de simulation choisi	32
3.3. Choix du logiciel de simulation.....	33
3.4. Choix du prototype de simulation	33
Chapitre 4 : Développement du modèle	37
4.1. Introduction	37
4.2. Schémas globaux des modèles d'Ureili et d'Akshit Markan.....	37
Conclusion	52
Bibliographie :	53
ANNEXES	55

Liste des figures

Figure 1-1: Cycle Stirling THEORIQUE, Diagramme PV ; diagramme TS.....	12
Figure 1-2 : Classification générale des moteurs Stirling	12
Figure 1-3 : Moteur Stirling Alpha type- V	13
Figure 1-4 : Autre Conception de type α	13
Figure 1-5 : Diagramme schématique d'un moteur Stirling alpha multicylindre	14
Figure 1-6 : Moteur Alpha à plateau cyclique	14
Figure 1-7 : Moteur d'auto expérimental	15
Figure 1-8 : Turbine Stirling de Beale	15
Figure 1-9 Schéma d'un moteur Stirling de type BETA	16
Figure 1-10 : Moto-générateur Stirling à piston libre EG-1000 de SUNPOWER.....	17
Figure 1-11 : Schéma cinématique du réfrigérateur Stirling M100B	19
Figure 1-12 : Schéma d'un moteur Stirling de type gamma.....	19
Figure 2-1 : modèle isotherme idéale	22
Figure 2-2 :Schéma du modèle adiabatique d'ureili [5]	24
Figure 3-1 : aperçu 3D en coupe du GPU-3.....	34
Figure 3-2 : Schéma cinématique du GPU-3.....	35
Figure 4-1 : Schéma de décomposition proposé par Ureili	37
Figure 4-2 : Diagramme de définition du modèle adiabatique idéale de Uréili	38
Figure 4-3 : Isolation d'une cellule selon Ureili	39
Figure 4-4 :Evaluation des pertes mécaniques liées à l'engrenage rhombique.....	40
Figure 4-5 : Schéma du model ittératif du cryocooler	42
Figure 4-6 : Apreçu du modèle 3D de la machine duplex constituée de 2 GPU-3.....	43
Figure 4-7 : Schéma fonctiennel de la machine duplex	44
Figure 4-8 : Diagramme PV partie motrice de la machine duplex	45
Figure 4-9 : Diagramme température fonction de l'angle de rotation de la manivelle	45
Figure 4-10 : diagramme energy angle de rotation de la manivelle	46
Figure 4-11 : Résultat de simulation de la machine duplex partie receptrice (StirlinGUIDE).....	48
Figure 4-12 : Diagramme PV global.....	49
Figure 4-13 : Diagrammes PV	49
Figure 4-14 : Diagramme PV détente	49
Figure 4-15 : Diagramme Gaz ; Angle manivelle	49
Figure 4-16 : Diagramme vitesse ; puissance utile	50
Figure 4-17 : diagrammes vitesse ; COP	50
Figure 4-18 :Diagramme Chaleur ; Angle manivelle	50
Figure 4-19 : Diagramme Angle manivelle ; COP	50
Figure 4-20 : Diagramme Angle ; Pression	51
Figure 4-21 : Diagramme Pression ; Volume ; Angle.....	51

Liste des Tableaux

Tableau 3-1 : Paramètres de fonctionnement du GPU-3.....	34
Tableau 3-2 : Caractéristiques du moteur Stirling duplex GPU-3 de GMC.....	35
Tableau 4-1 : Comparaison des résultats obtenues.....	47

Introduction

L'intérêt aujourd'hui de garder une enceinte à une température plus basse que celle de son environnement s'impose à nous humains par bien de manière (Alimentation ; santé ; confort...). Avant l'ère industrielle, c'est en grande partie grâce à la commercialisation de la glace naturelle que les plus fortunés avaient le privilège de par le monde de disposer de produits conserver ou consommés à basse température. Le principe de production actuel du froid réside en un transfert de chaleur à partir du système à refroidir et vers l'environnement avec deux technologies leader à savoir : les systèmes à compression et les systèmes à absorption qui, utilise en grande partie des énergies peu adéquates à la situation mondiale liée à l'épuisement rapides des combustibles fossiles et aux considérations environnementales. Cette situation suscite de par le monde un regain d'intérêt pour les sources d'énergie alternatives et les systèmes efficaces de conversion énergétique.

Le moteur Stirling développé en 1816 par Robert Stirling est une technologie jadis mis aux oubliettes puisqu'initialement utilisé pour entrainer des wagons dans les mines de charbon il était décrié et surtout pénalisé par des problèmes de matériaux et par des coûts très supérieurs à ceux de ses concurrents. La réversibilité du cycle thermodynamique Stirling permet de faire travailler la machine sous forme de pompe à chaleur ou machine frigorifique, mais une bonne partie de ces applications industrielles est dirigée vers la production du froid, notamment en cryogénie, où le cycle Stirling présente d'énorme avantage. En mode récepteur la machine Stirling présente déjà un Coefficient de performance théorique très élevé cependant elle besoin d'un entraînement mécanique généralement celui d'un moteur électrique. L'origine de l'énergie utilisée pour l'entraînement devra être d'origine renouvelable pour que le bilan en énergie primaire soit positif.

Dans cette optique, nous nous sommes donc pencher pour le compte de notre Master 2 sur la « Modélisation d'une machine Stirling duplex » où notre travail consistera donc à associer de façon théorique, deux machines Stirling l'une fonctionnant en moteur à partir d'une source chaude renouvelable (le solaire thermique en l'occurrence) et l'autre en récepteur, de façon à produire du froid à l'aide d'une source chaude.

En un premier chapitre à présenter les machines Stirling ; le chapitre 2 exposera l'état de l'art sur la modélisation des machines Stirling avec une accentuation sur les machines Stirling duplex. Le chapitre 3 nous amène à justifier le choix de notre méthode de modélisation et a exposé la mise en œuvre de cette dernière le chapitre 4 présentera les résultats de notre modélisation que nous allons confronter aux données empiriques existantes. Pour finir une conclusion exposera les supposées contribution et les perspectives qui en découle.

Chapitre 1 Présentation des machines Stirling

1.1. Introduction

Une machine Stirling est une machine productrice d'énergie mécanique, de froid ou de chaleur dans laquelle une masse de gaz subit une série de compressions et de détente entre deux niveaux différents de température. Elle a la particularité de présenter une communication permanente entre les différents volumes et, donc, de ne pas nécessiter d'organes séparateurs (soupapes, clapets,). Ce type de machine peut contenir un échangeur de chaleur particulier : le régénérateur. Sa fonction est d'accumuler puis de restituer la chaleur fournie et absorbée au gaz de travail le traversant du volume chaud vers le volume froid et inversement. Une partie de l'énergie transférée est ainsi récupérée à chaque cycle (figure 1.2). Le moteur Stirling a été inventé par le pasteur écossais Robert Stirling au début du 19eme siècle. Il a connu un succès commercial très important jusqu'au début du 20eme siècle puisqu'il constituait, avec la machine à vapeur, quasiment la seule possibilité de convertir l'énergie calorifique en énergie mécanique. Cependant, à la fin du 19eme siècle, il fut détrôné par les moteurs à combustion interne et les moteurs électriques, qui souffraient moins des difficultés technologiques liées à la lubrification, à l'étanchéité ou à la tenue des matériaux à hautes températures. Les machines Stirling sont rangées en 2 catégories principales : les machines motrices et les machines réceptrices.

Les moteurs, ou les machines motrices, absorbent de l'énergie thermique fournie par une source chaude et la convertissent en énergie mécanique.

Les réfrigérateurs et les pompes à chaleur (machines réceptrices) absorbent de l'énergie mécanique et la convertissent en énergie thermique dont une partie est absorbée au réservoir froid, tandis qu'une autre est rejetée au réservoir chaud.

Une troisième catégorie de machine existe c'est bien celle qui nous concerne dans ce travail ; il s'agit de machines couplées, donc tri-thermes lesquelles utilisent deux systèmes thermiques Stirling, l'un moteur, entraînant l'autre, réceptrice.

Afin de s'aligner aux objectifs du développement durable, le moteur Stirling constitue une alternative à prendre en compte.

1.2. Historique des moteurs Stirling.

Au début du XIXe siècle, les chaudières à vapeur n'étaient pas très performantes et explosaient souvent. Pour répondre à ce problème, Robert Stirling, un pasteur, inventa un moteur sans chaudière (la chaudière étant soumise à de trop fortes pressions). La chaleur est apportée de l'extérieur de la machine, ce qui réduit les risques d'explosions, car il est inutile de faire chauffer l'eau dans une chaudière à haute pression, puisque chauffer l'air ambiant par combustion suffit pour alimenter ce moteur en énergie. C'est ainsi que Stirling déposa son brevet le 27 septembre 1816. La mise en place d'un régénérateur dans la tuyauterie du moteur a permis d'éviter trop de pertes d'énergie, améliorant son rendement.

En 1843, son frère James Stirling ; industrialisa ce moteur, pour une utilisation dans l'usine où il était ingénieur. Toutefois, en raison d'une puissance trop faible par rapport à la machine à vapeur et, plus tard, au moteur à combustion interne, le moteur à air chaud de Stirling n'obtint pas le succès escompté. Le moteur Stirling ne fut alors plus qu'un objet d'étude pour les physiciens, qui comprendront le fonctionnement du moteur Stirling, bien après son invention, avec l'avènement de la thermodynamique.

En 1871, les progrès de la thermodynamique accomplis au XIXe siècle permettent à Gustav Schmidt de décrire mathématiquement le cycle de Stirling. C'est toutefois dans les années 1930, grâce aux recherches de la compagnie Philips, que le moteur Stirling fut de nouveau étudié sérieusement et que son application dans toutes sortes de technologies soit testée. En 1938, un moteur Stirling de plus de 200 chevaux, et dont le rendement était supérieur à 30 % (comparable aux moteurs à essence actuels), y est créé. Cependant, cette technologie n'a des applications qu'en cryogénie [12].

Ce n'est que dans les dernières décennies que les développements du moteur ont commencé à être intéressants pour l'industrie, à cause du besoin sociétal croissant pour les sources d'énergie alternatives. Effectivement, ce n'est pas parce que Robert Stirling utilisait la combustion pour alimenter son moteur en énergie thermique qu'il n'est pas possible d'utiliser d'autres sources d'énergie : énergie solaire, énergie géothermique, énergie nucléaire, chaleur rejetée par les usines, etc. Dans une perspective écologique, c'est extrêmement intéressant, d'autant plus que le régénérateur, parce qu'il préchauffe et pré-refroidit le gaz, permet littéralement de recycler de l'énergie. Ainsi, les avancées en sciences des matériaux permettent maintenant d'utiliser des matériaux qui supportent des écarts de température très importants et des composites qui améliorent le transfert de chaleur au sein du régénérateur. La situation est telle que les moteurs Stirling sont couplés avec des paraboles solaires géantes et utilisent l'énergie solaire avec un rendement supérieur aux cellules photovoltaïques, à un prix toutefois élevé. Il a d'ailleurs battu, en 2008, le record de conversion de l'énergie solaire, avec un taux de conversion de 31,25 %, grâce à l'utilisation de miroirs paraboliques comme concentrateurs solaires.

Aujourd'hui, le moteur Stirling fait l'objet de nombreuses expérimentations autant par les amateurs que par des entreprises spécialisées en énergie et aussi par la NASA [3].

1.3. Principe de fonctionnement

Dans sa configuration la plus simple, le moteur Stirling est constitué d'un cylindre contenant une masse constante de gaz (air, hélium, hydrogène). L'une des extrémités de ce cylindre est chauffée par une source chaude extérieure et l'autre extrémité est en contact avec un puits froid qui est généralement le milieu ambiant ou un circuit d'eau de refroidissement, à l'intérieur du cylindre glisse un déplaceur au-dessous duquel se trouve un piston glissant le long de la tige actionnant le déplaceur et couissant sur la paroi intérieure du cylindre. Le déplaceur est un élément qui ne modifie ni la pression, ni le volume du gaz, mais l'oblige à migrer soit vers la source chaude soit vers la source froide. Un régénérateur est très souvent utilisé dans les moteurs Stirling : c'est une chicane, un tampon de paille de fer, ou autre milieu poreux, devant posséder une mauvaise conductivité thermique dans la direction axiale et jouer le rôle d'un réservoir thermique temporaire.[1]

1.4. Cycle Stirling théorique

Le cycle de Stirling est un cycle thermodynamique que décrivent les moteurs Stirling. Cela inclut le premier moteur Stirling inventé, développé et breveté en 1816 par Robert Stirling et son frère.

Le cycle est inversible ce qui signifie que si un travail mécanique est fourni, il peut fonctionner comme une pompe à chaleur et fournir de la chaleur ou du froid (y compris du froid cryogénique). Le cycle est un cycle fermé régénératif utilisant un fluide gazeux. « Cycle fermé » signifie que le fluide travaillant est en permanence contenu dans la machine thermodynamique. Ceci catégorise également un moteur à combustion externe. « Régénératif » fait référence à la présence d'un échangeur de chaleur interne qui permet d'accroître le rendement thermique de l'appareil.

Le cycle est le même que la plupart des cycles thermiques et comprend quatre phases ; 1. Compression, 2. Chauffage, 3. Détente, 4. Refroidissement.

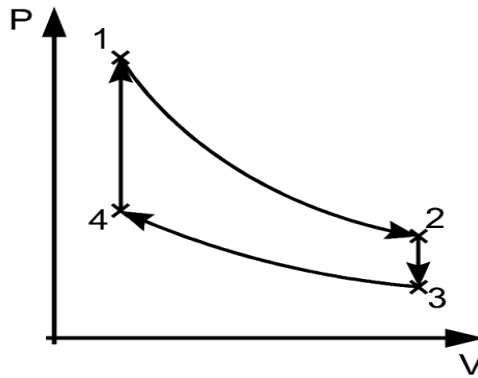


FIGURE 1-1: CYCLE STIRLING THEORIQUE, DIAGRAMME PV ; DIAGRAMME TS

Le cycle de Stirling théorique comprend quatre phases (cf. Figure 1-1) :

- Points 1 à 2, détente isotherme. La zone de détente est chauffée par l'extérieur, ainsi le gaz suit une détente isotherme.
- Points 2 à 3, refroidissement à volume constant (isochore). Le gaz passe dans le régénérateur, se refroidit en lui transférant sa chaleur qui sera utilisée pour le cycle suivant.
- Points 3 à 4, compression isotherme. La zone de compression est refroidie, ainsi le gaz suit une compression isotherme.
- Points 4 à 1, chauffage isochore. Le gaz circule dans le régénérateur et prélève de la chaleur.

1.5. Classification des moteurs Stirling selon le mode de fonctionnement

Depuis leurs inventions, les moteurs Stirling ont subi plusieurs transformations. La Figure 1.2

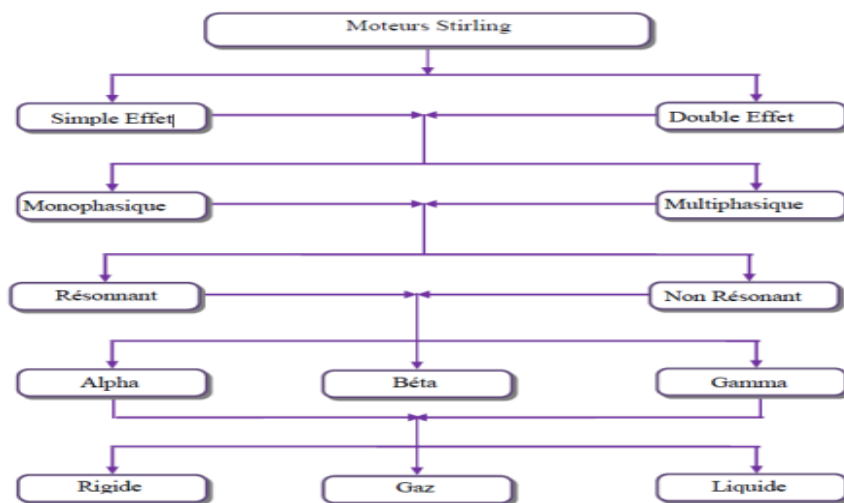


FIGURE 1-2 : CLASSIFICATION GENERALE DES MOTEURS STIRLING

1.5.1. La configuration alpha

- Simple

Le moteur Alpha est conceptuellement la configuration de moteur Stirling la plus simple, mais son inconvénient majeur réside dans le fait que les deux pistons chauds et froids doivent être munis de joints pour contenir le gaz de travail. Il existe un certain nombre de mécanismes mécaniques qui permettent à ce type de moteur de fonctionner correctement avec le phasage correct des deux pistons.

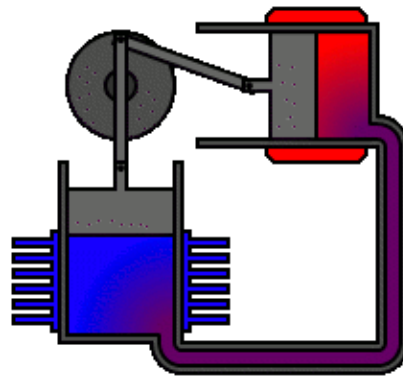


FIGURE 1-3 : MOTEUR STIRLING ALPHA TYPE- V

Andy Ross de Columbus, Ohio conçoit et construit de petits moteurs pneumatiques depuis les années 1970, y compris des conceptions Alpha extrêmement innovantes. Il est l'inventeur du classique moteur d'entraînement de Ross Yoke ainsi qu'un mécanisme «Rocker-V» équilibré, tous deux montrés ci-dessous.

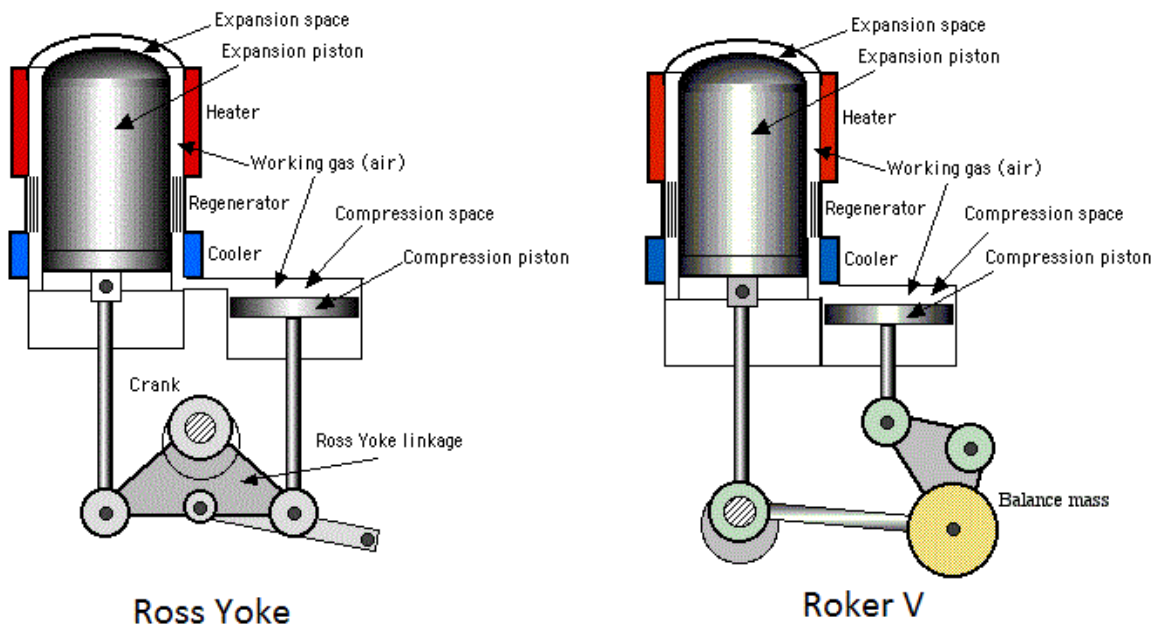


FIGURE 1-4 : AUTRE CONCEPTION DE TYPE α

- Multicylindre

Le moteur Alpha peut également être intégré dans une configuration multicylindres compacte, permettant une puissance de sortie spécifique extrêmement élevée. Un diagramme schématique de cette configuration est illustré ci-dessous (Fig. 1-5). Notez que les quatre cylindres sont interconnectés, de sorte que La chambre de détente d'un cylindre est connectée à la chambre de compression du cylindre adjacent par l'intermédiaire d'un réchauffeur, d'un régénérateur et d'un refroidisseur connectés en série. Les pistons sont typiquement entraînés par un plateau cyclique, résultant en un mouvement alternatif sinusoïdal pur ayant une différence de phase de 90 degrés entre les pistons adjacents.

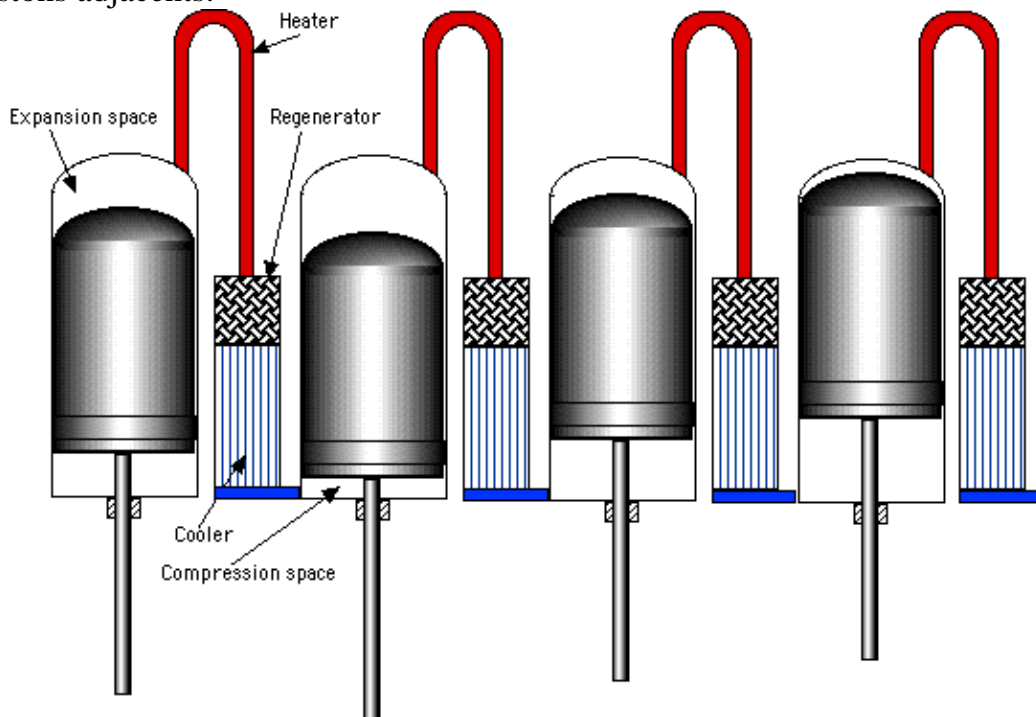


FIGURE 1-5 : DIAGRAMME SCHEMATIQUE D'UN MOTEUR STIRLING ALPHA MULTICYLINDRE

Un exemple de moteur Alpha 4- cylindres à plateau cyclique est montré ci-dessous. Ce moteur a été au départ développé par Stirling Thermal Motors et actuellement par Stirling Power de Ann ARBOR au Michigan.

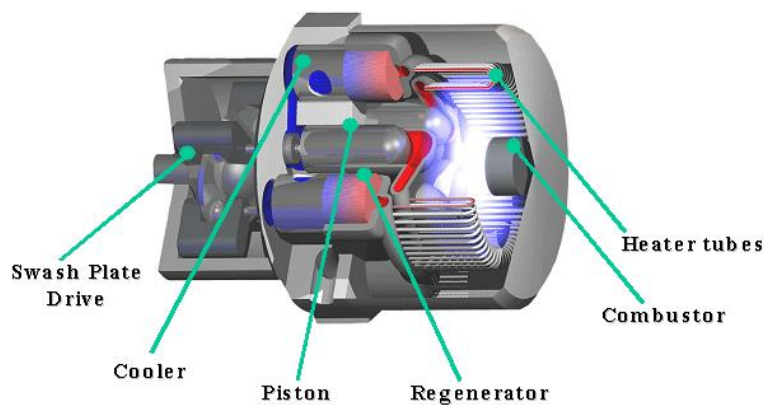


FIGURE 1-6 : MOTEUR ALPHA A PLATEAU CYCLIQUE

Dans les années 1970 N V Philips, de Holland, et la compagnie Ford Motors ont développé un moteur d'auto expérimental à quatre cylindres munis d'un plateau cyclique illustré par la figure ci-dessous.

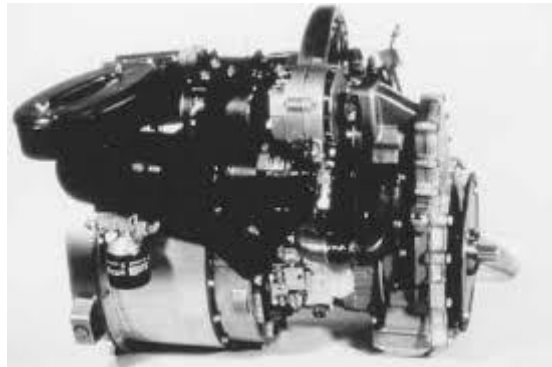


FIGURE 1-7 : MOTEUR D'AUTO EXPERIMENTAL

Aussi, William Beale de la société SUNPOWER expose une configuration intéressante, qui combine 4 cylindres à piston libre de type alpha avec une turbine à gaz mis à la sortie comme le montre le schéma ci-dessous.

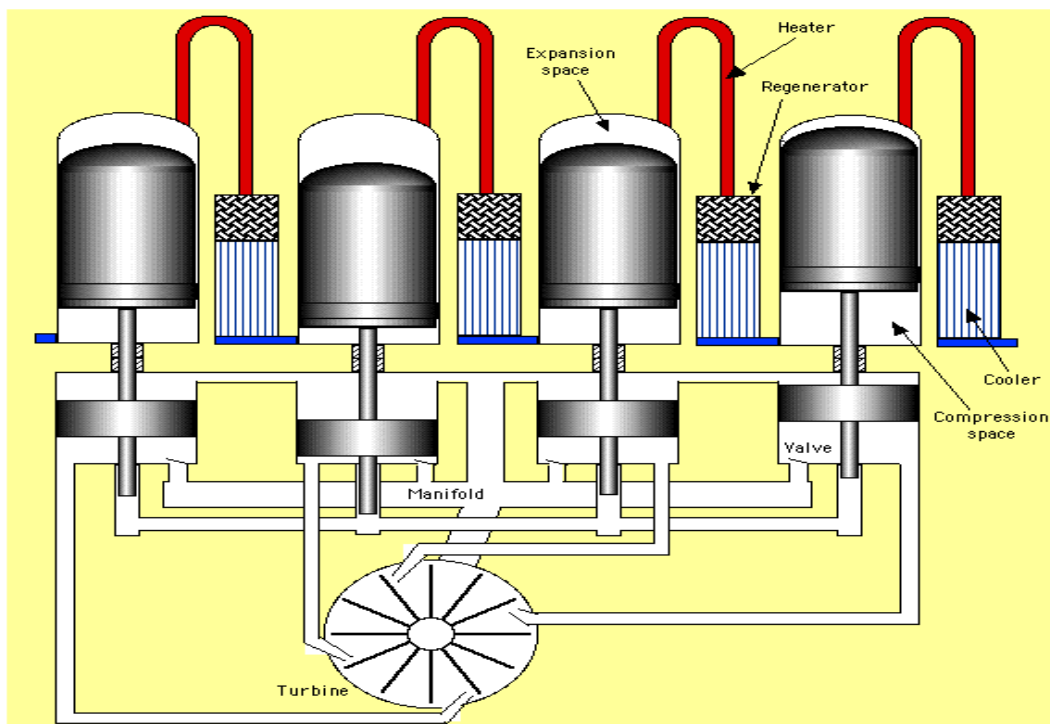


FIGURE 1-8 : TURBINE STIRLING DE BEALE

Les quatre cylindres sont physiquement disposés avec un déphasage de 90 degrés avec chaque piston relié à un compresseur de gaz. Les compresseurs de gaz sont ensuite utilisés pour entraîner un détendeur de turbine à gaz comme indiqué. Le principal avantage de ce système est la promesse d'une puissance spécifique élevée et d'une fiabilité et d'une durée de vie élevées, résultant de l'absence de pièces mobiles fortement chargées, puisqu'il n'y a pas de charges latérales sur les paliers lisses.

Le croquis montre des compresseurs de gaz à simple effet pour la simplicité, cependant la machine réelle utiliserait des compresseurs à double effet de sorte qu'il y ait huit impulsions de gaz sur la turbine pour chaque cycle de la machine à quatre cylindres.

1.5.2. La configuration beta

La configuration Beta est la configuration classique du moteur Stirling et jouit d'une popularité depuis sa création jusqu'à aujourd'hui. Le moteur original de Stirling de son dessin de brevet de 1816 montre un arrangement de Beta. La figure ci-dessous montre que contrairement à la machine Alpha, le moteur Beta possède un seul piston de puissance et un déplaceur, dont le but ultime est de « déplacer » le gaz de travail à volume constant et de le faire circuler entre les espaces de détente et de compression à travers l'assemblage en série du refroidisseur, du régénérateur et le réchauffeur de la série. Dans les moteurs réels, la liaison entraînant le piston et le plongeur les déplace de telle sorte que le gaz se comprime alors qu'il se trouve principalement dans l'espace de compression froid et se dilate dans l'espace d'expansion à chaud.

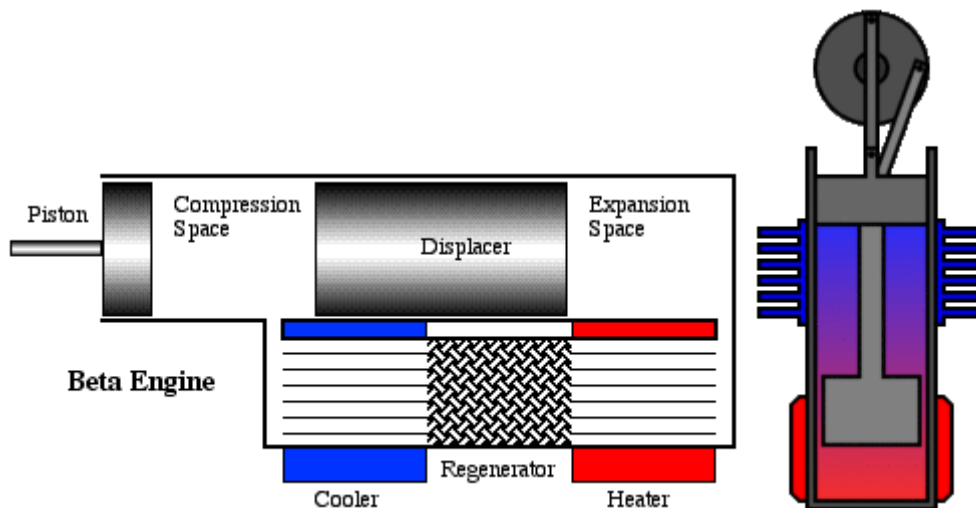


FIGURE 1-9 SCHEMA D'UN MOTEUR STIRLING DE TYPE BETA

En dehors du moteur original de Stirling, un des plus importants moteurs Beta est la machine de Lehmann sur laquelle Gustav Schmidt a fait la première modélisation raisonnable des moteurs Stirling en 1871. Andy Ross a construit une petite réplique fonctionnelle de la machine Lehmann, ainsi qu'un moteur basé sur des configurations Beta monocylindre. Au début des années 1960, Rolf Meijer, de Philips, en Hollande, a développé son fameux moteur bêta rhomboïdal sans vibrations. En 1965, General Motors Research Labs développa un moto-groupe électrogène Stirling à entraînement rhomboïdal de 7,5 kW, GPU-3 (Ground Power Unit) pour l'armée américaine. Il est décrit et analysé dans [5] (pages 30 – 40).

- Moteur Stirling à piston libre

Les moteurs Stirling les plus ingénieux jamais conçus sont probablement les moteurs à piston libre inventés et développés par William Beale à l'Université de l'Ohio à la fin

des années 1960. La légende raconte que c'est pendant un de ces enseignements sur le moteur d'entraînement rhombique qu'il a soudainement réalisé que "ce moteur fonctionnera encore si nous jetons simplement ce mécanisme d'entraînement complexe. Il a ensuite créé la société Sunpower, Inc., qui jusqu'à ce jour est le chef de file dans le développement des moteurs Stirling à piston libre et des Cryo-réfrigérateurs. La plupart des moteurs de Sunpower sont des systèmes bêta et n'utilisent aucun système de liaison mécanique. L'aspect principal de la machine à piston libre est que la puissance de sortie peut être obtenue à travers un alternateur linéaire, permettant à l'ensemble du système d'être scellé hermétiquement. En fait, c'est la seule configuration de Stirling à atteindre la commercialisation en n'importe quel nombre. C'est principalement parce qu'il évite les défauts fatals de la manivelle, prouvée encore et encore au fil des ans pour être presque imbattable en termes d'étanchéité et lubrification. Depuis 1974, Sunpower a développé des moto-générateurs Stirling à pistons libres d'une puissance allant de 35W à 7,5kW. Considérons par exemple le moto-générateur EG-1000 qui est alimenté au gaz et qui a été conçu pour produire de l'électricité (1 kW) ainsi que pour fournir de l'eau chaude à une maison privée. Le gaz de travail utilisé est l'hélium, il présente l'avantage d'avoir un faible poids moléculaire et une conductivité thermique élevée par rapport à l'air, permettant une réduction significative de la taille. Ce moteur est représenté sur la figure ci-dessous avec un schéma simplifié.

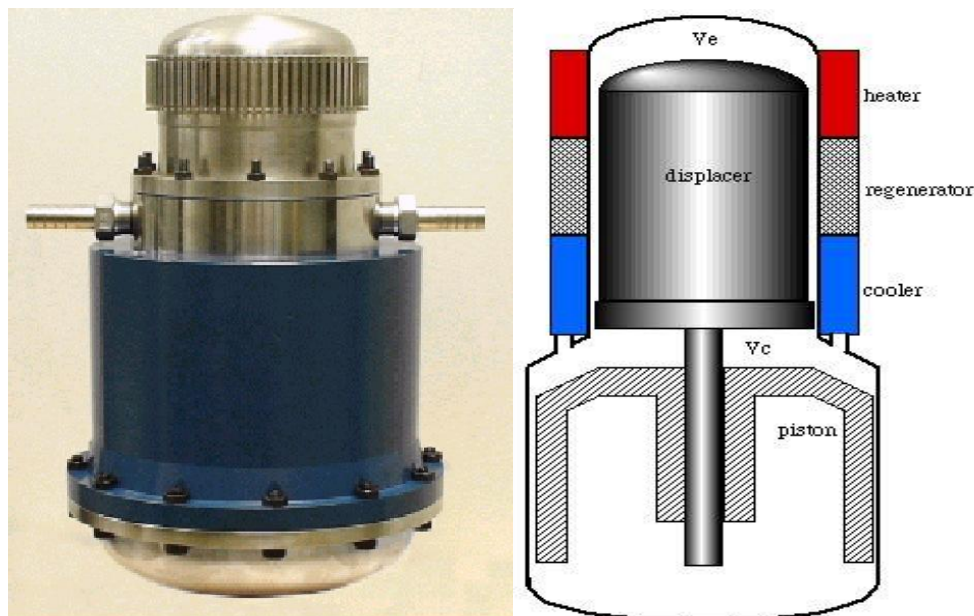


FIGURE 1-10 : MOTO-GENERATEUR STIRLING A PISTON LIBRE EG-1000 DE SUNPOWER

Le générateur électrique linéaire (non représenté dans le schéma ci-dessus) est composé d'aimants puissants à base de terres rares dans le piston, qui oscille dans un circuit magnétique composé de bobines dans le cylindre. Cela produit 240 Volts à 50 Herz, et est capable de produire plus d'un kilowatt de puissance électrique avec un rendement d'environ 90%. L'eau chaude est fournie en faisant fonctionner l'eau de refroidissement à une température de 50 ° C.

Un système de moteur à piston libre extrêmement intéressant développé par William Beale est la pompe à eau à cylindre libre. Dans ce moteur, une masse interne lourde fournit la force de réaction entraînant le cylindre qui est directement relié à la pompe à eau. Il dispose d'un ajustement de puissance qui s'ajuste automatiquement à la charge. Tous les autres moteurs nécessitent une transmission et des mécanismes de contrôle compliqués pour le faire. De plus, il n'y a pas d'autre moteur thermique que je connaisse qui fonctionne de charge infinie à zéro sans se caler ou se détruire.

Une autre caractéristique attrayante du système de cylindre libre est qu'il peut être construit à partir de composants peu onéreux et faciles à obtenir. En fait, l'ensemble du boîtier de la pompe peut être fabriqué à partir de tuyauterie et d'accessoires en PVC ordinaires. La fiabilité, la simplicité et le faible coût de ce moteur le rendent parfaitement adapté à une utilisation dans les pays en développement et, dans les années 1970, il a été largement testé sur le terrain et en laboratoire [5].

- Beta en duplex

Deux systèmes intéressants de réfrigération à moteur Stirling à piston libre ont également été étudiés un réfrigérateur duplex alimenté au gaz ayant seulement trois pièces mobiles, un piston de puissance et deux pistons de déplacement, un système de réfrigération au CO₂ à piston libre alimenté au gaz. SUNPOWER a également participé à la fabrication de refroidisseurs cryogéniques à cycle Stirling pour la liquéfaction de l'oxygène. Au fil des années, SUNPOWER a transformé Athènes, en Ohio, en une plaque tournante d'activités sur les machines à cycles de Stirling, qui comprend désormais trois sociétés de R&D. En 2013, SUNPOWER a été rachetée par AMETEK, Inc. en Pennsylvanie, mais continue à faire du développement des cycles de Stirling à Athènes, Ohio. Le chapitre 3 du livre d'I. Urieli et D. M. Berchowitz [5], est entièrement consacré à l'analyse des machines à piston libre.

Stirling Technology, Inc. est une entreprise dérivée de Sunpower, créée à l'origine pour poursuivre le développement et la fabrication du moteur ST-5 Air de 3,5 kW. Ce gros moteur de type bêta utilise un mécanisme à manivelle pour obtenir le phasage correct du déplaceur, brûle le biocombustible (comme les granulés de sciure de bois ou les balles de riz) et peut fonctionner comme une unité de cogénération dans les zones rurales.

Actuellement, Stirling Technology travaille avec Microgen Engine Corporation, une société internationale qui produit le moto-générateur à piston libre MEC 1kW. Stirling Technology a mis au point un brûleur multi-combustible pour le moteur et s'associe à Microgen pour mettre sur le marché différents systèmes.

Global Cooling, Inc est un dérivé de Sunpower, et a été formé principalement dans le but de développer des refroidisseurs à cycle Stirling à piston libre pour les applications de réfrigérateurs à domicile. Ces systèmes, en plus d'être significativement plus efficaces que les réfrigérateurs à compression de vapeur, ont l'avantage d'être des

unités compactes portables utilisant de l'hélium comme fluide de travail (et non les réfrigérants HFC tels que R134a, ayant un potentiel de réchauffement global de 1300).

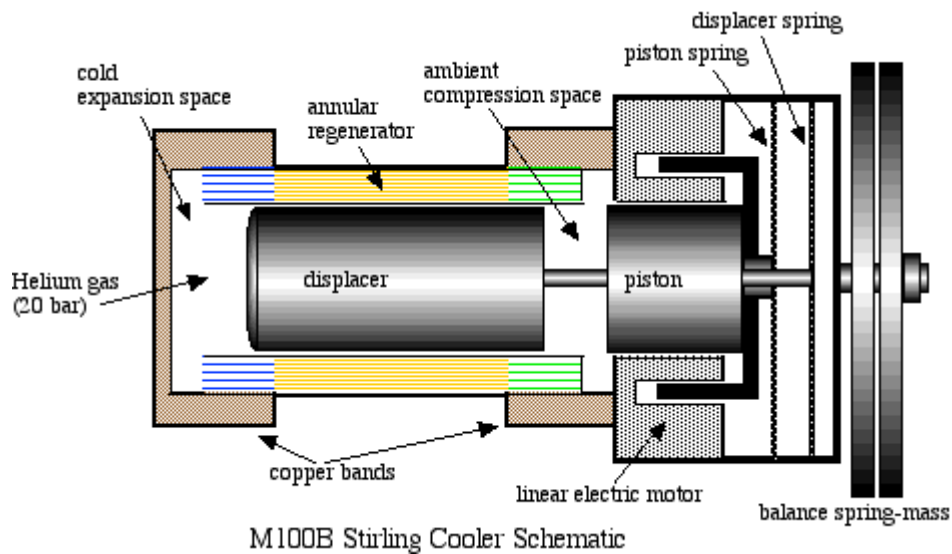


FIGURE 1-11 : SCHEMA CINEMATIQUE DU REFRIGERATEUR STIRLING M100B

1.5.3. La configuration gamma

Les moteurs de type gamma ont un piston de déplacement et de puissance, similaire aux machines bêta, mais dans des cylindres différents. Ceci permet une séparation complète pratique entre les échangeurs de chaleur associés au cylindre de déplacement et l'espace de travail de compression et d'expansion associé au piston. Ainsi, ils ont tendance à avoir des volumes morts (ou non balayés) un peu plus grands que les moteurs Alpha ou Bêta.

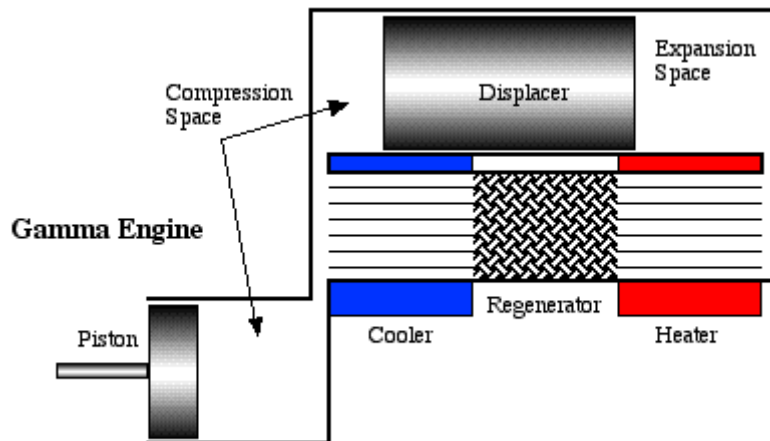


FIGURE 1-12 : SCHEMA D'UN MOTEUR STIRLING DE TYPE GAMMA

De plus, pendant le processus d'expansion, une partie de l'expansion doit avoir lieu dans l'espace de compression, ce qui entraîne une réduction de la puissance spécifique. Les moteurs gamma sont donc utilisés lorsque les avantages d'avoir des cylindres séparés l'emportent sur le désavantage de puissance spécifique. Sur la page Web historique dédiée à Robert Stirling de Robert Sier, nous remarquons que l'un des moteurs construits par Robert Stirling était un moteur Gamma. Il a été donné à

l'Université de Glasgow et a ensuite été utilisé par William Thomson (professeur de philosophie naturelle, qui deviendra plus tard Lord Kelvin) pour montrer que la machine de Stirling fonctionnait selon un cycle réversible.

Un moteur de type Gamma unique est le moteur RINGBOM dans lequel le piston est relié à un vilebrequin, mais le plongeur n'est entraîné que par les forces de pression du gaz sur une tige de piston du plongeur.

James Senft a également développé une approche révolutionnaire de la conception du moteur Stirling à basse température utilisant le moteur de type Gamma. L'innovation majeure de cette approche est le piston de très grand diamètre par opposition à un piston de très petit diamètre.

En raison de la commodité structurelle de deux cylindres qui permet un dimensionnement et une construction complètement indépendants de l'ensemble plongeur et piston, la configuration gamma est un favori parmi les modélisateurs et les amateurs. Le site Web Stirling South de Roy Rice et Richard Egge, tous deux modélisateurs très novateurs, comprend une vaste sélection mondiale de modélisateurs de moteurs. Un autre site intéressant est Stirling Engine Boats d'Andrew Hall décrivant des bateaux actionnés par des moteurs de type Gamma construits par des modélisateurs au Royaume-Uni.

Chapitre 2 : Etat de l'art sur la modélisation des machines Stirling duplex

2.1. Introduction

Ce chapitre présentera une revue des méthodes de modélisation des machines Stirling en générale. Un accent bref sera mis sur le duplex mais La modélisation d'une machine. Il est important de notifier que le cycle Stirling présente des difficultés analytiques considérables

2.2. Modèle d'ordre zéro

Ce modèle a été établi par Beale en 1971 dans l'objectif de trouver une similitude entre tous les moteurs Stirling [2] . Il y développe l'hypothèse selon laquelle la plupart des moteurs fonctionnent sous des paramètres similaires, ainsi la puissance de sortie peut être toujours exprimée sous la forme de :

$$P_s = B_e p_{min} V_{sw} f \quad 2.1$$

Où B_e représente le nombre de Beale et est supposé constant et égal à 0.015, p_{min} est la pression moyenne (Bar), V_{sw} est un paramètre représentatif de la compression et l'expansion qui balayent les volumes (cm^3) à la fréquence f du système en (Hz). De nombreuses expérimentations ont été réalisées pour corréliser cette analyse mais des résultats valables n'ont pas été obtenus et ce modèle est resté simple théorie [3].

2.3. Modèle de premier ordre

Ce modèle a été publié en 1871 par Gustav Schmidt [4] et jusqu'en 1960, il servira de modèle de référence pour le moteur Stirling. Encore même aujourd'hui il est utilisé par les développeurs en raison de sa simplicité. Il est très utile dans le dimensionnement des moteurs. Il suscite autant d'intérêt grâce au fait qu'il permet de solutionner en boucle la performance du moteur ce qui le rend facilement manipulable par le concepteur. L'hypothèse de base ce modèle repose sur le fait que l'espace chaud et le réchauffeur sont à la température de la source chaude T_h , tandis que l'espace froid et le refroidisseur sont tous deux constants à la température la plus basse T_k . Cette hypothèse implique que les échangeurs de chaleur, y compris le régénérateur, sont parfaitement efficaces et donc idéaux. Le moteur est représenté par une série de cinq composants à savoir :

- La chambre de compression (c)
- Le refroidisseur (k)
- Le régénérateur (r)
- Le réchauffeur (h)
- La chambre de détente (e)

Par conséquent, tous les volumes d'interconnexion (par exemple les conduits) seront inclus dans le volume le plus proche.

Chaque composant est considéré comme homogène et le gaz qui s'y trouve est représenté par la masse m et ses propriétés thermo-physique T , P , V tout en supposant que l'équation d'état des gaz parfait est applicable. On suppose en outre qu'aucune chute de pression ne se produit dans les compartiments et que les divers pertes (frottement ; transmission mécanique et fuites des fluides) sont négligeables. Toutes ces hypothèses simplificatrices ont pour but de simplifier le problème afin de calculer plus aisément le travail effectué par le cycle et la chaleur transféré au fluide. Les travaux sur l'environnement sont effectués en raison des volumes variables des espaces de travail V_c et V_e . Le travail total peut donc être calculé par la somme des deux travaux sur un cycle complet[5]:

$$\begin{aligned} W &= W_c + W_e \\ &= \oint p dV_c + \oint p dV_e \\ &= \oint p \left(\frac{dV_c}{d\theta} + \frac{dV_e}{d\theta} \right) d\theta \end{aligned}$$

2.2

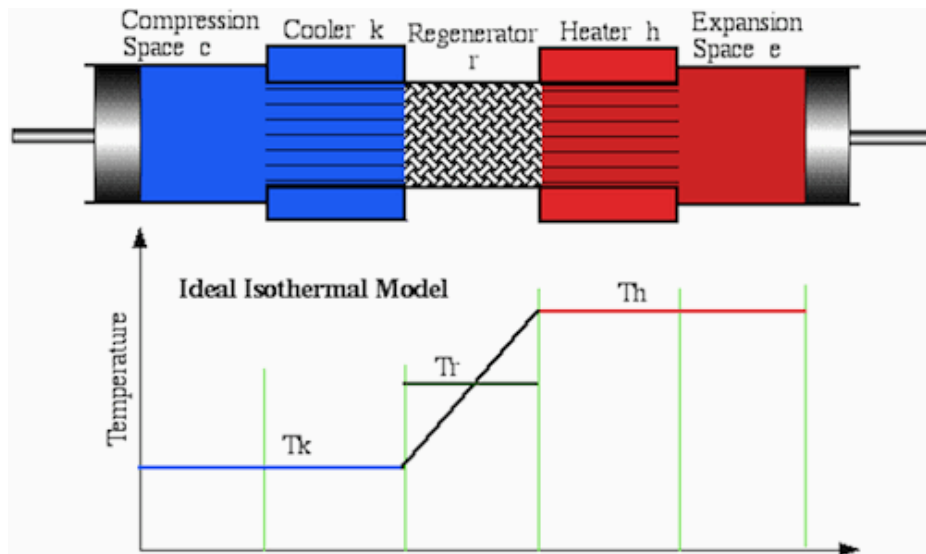


FIGURE 2-1 : MODELE ISOTHERME IDEALE

Dans l'équation (2.2) p représente la pression du fluide de travail, qui reste constant sur tout le système, et θ l'inclinaison de la manivelle. On peut de façon explicite exprimé p par :

$$p = MR \left(\frac{V_c}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r \ln(T_h/T_k)}{(T_h - T_k)} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_h} \right) \quad 2.3$$

Avec M la masse total et R la constante des gaz parfaits cette équation (2.3) est obtenue en appliquant la loi des gaz parfaits de chaque volume tout en considérant la différence totale de masse. Par conséquent le travail en sortie W peut être évalué simplement en connaissant les températures, les volumes des chambres et la fonction cinématique qui régit la variation volumique du système. Pour finir, l'équation de variation d'énergie sur chaque chambre, nous permet de démontrer que la chaleur échangée est égale au travail effectué par la chambre elle-même (2.4.a,b), donc tous les apports de chaleur au cycle isotherme s'effectue dans la chambre d'expansion et l'évacuation de cette chaleur se fait dans la chambre de compression, ce qui fait que dans ce modèle, les échangeurs de chaleur ne réalise aucun échange il en résulte donc une redondance.

$$Q_c = W_c \oint p \frac{dv_c}{d\theta} d\theta \quad ; \quad Q_e = W_e \oint p \frac{dv_e}{d\theta} d\theta \quad 2.4$$

Il est donc possible de définir le rendement thermique par ;

$$\eta = \frac{W}{Q_e} \quad 2.5$$

Bien qu'il soit simple, ce modèle n'est pas si fiable et ne prends pas en compte la majeure partie des irréversibilités the la machine.

En gros il revient de dire que les modèles de premier ordre compte tenu des hypothèses simplificatrices, nous permet d'estimer les relations entre la taille globale d'une machine et sa puissance en sortie. Mais ils sont de peu d'utilité lorsqu'il s'agit de détailler les comportements intrinsèques aux machines Stirling.

2.4. Modèle de second ordre

Comme dans le cas du modèle isotherme du premier ordre traiter à la section 2.2, les modèles de second ordre ont aussi pour but de déterminer la puissance en sortie et l'efficacité de la machine par la résolution de système d'équations simplifié. L'amélioration majeure des méthodes de second ordre par rapport au premier réside dans le fait qu'ici, les diverses pertes qui adviennent lors du fonctionnement de la machine sont identifiées et quantifiées ce qui rend donc plus précis la description des performances de la machine. L'hypothèse de base du premier ordre qui stipule que les chambres de compression et de détente sont isothermes est ici supprimée à travers une série de modèles qui peuvent être regroupés sous le nom de « analyse adiabatique » parmi lesquels il convient de citer l'analyse proposé par Finkelstein (1960) [2], Walker et Kahan (1965) ensuite Lee et Berchowitz (1978) [5]. Une amélioration supplémentaire de ces modèles est alors de modéliser une série de travaux ultérieurs dans lesquels, toujours sur les mêmes hypothèses que l'analyse précédente, diverses autres pertes sont prises en compte et étudiées. Ces méthodes appelées « modèle quasi-stationnaire » ont été introduites pour la première fois par Urieli et Berchowitz (1984) [5] et reste très utilisé ces dernières années.

2.4.1. Modèle adiabatique d'Urieli

Cette méthode utilise une approche de résolution numérique des équations dynamiques du gaz pour de petits volumes. Le principe est de diviser le volume du moteur en un certain nombre de volumes de contrôle et de leur appliquer les équations de conservation de la quantité de mouvement du gaz associé à son équation d'état. Les propriétés du gaz sont considérées uniformes dans chaque volume de contrôle. L'interaction entre les volumes est prise en compte lors de la résolution des équations différentielles qui se fait simultanément. La complexité du système à résoudre et le temps de calcul dépendent des hypothèses retenues [6].

Dans ce type de modèle, la machine thermique est aussi décomposée en cinq différents systèmes en série un peu comme dans la théorie isotherme (rubrique 2.2), cependant il est supposé que les parois des chambres de compression et de détente sont adiabatiques et aussi que les températures T_c et T_e peuvent varier au cours du cycle Stirling. Le régénérateur et les échangeurs de chaleur, sont supposés idéals et donc les chambres sont homogènes en termes de température. En générale, pour résoudre le système, on s'appuie sur le bilan massique global, le bilan énergétique de chaque chambre, et les équations d'état pour un gaz parfait ainsi que la conservation du flux massique entre les différentes cellules [2].

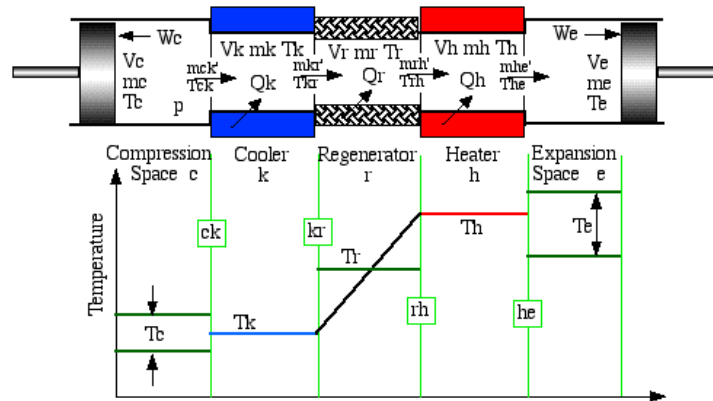


FIGURE 2-2 :SCHEMA DU MODELE ADIABATIQUE D'UREILI [5]

Dans la synthèse des 21 équations résultantes, on retrouve six intégrales concernant la pression, la masse dans la chambre de compression, le travail et les quantités de chaleur. La pression et la masse doivent être résolues simultanément car elles sont indépendantes l'une de l'autre, les équations d'énergie peuvent être résolues par une intégration numérique en utilisant par exemple la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

2.4.2. Modèle quasi-stationnaire

Ces modèles sont une amélioration de l'analyse adiabatique et vise à étudier diverses pertes qui ont été ignorées précédemment, avec une attention particulière sur les échangeurs de chaleur [5]. Les échangeurs de chaleur et le régénérateur sont probablement les composants les plus cruciaux de la machine et en même temps les plus

critiques. Leur conception reste complexe parce qu'ils devraient transférer au mieux la chaleur pour améliorer l'efficacité et en même temps occuper le moins de volume que possible afin de réduire les pertes de charges et les pertes de zone morte. Leur développement est donc un compromis entre ces deux aspects et, en réalité, dans aucune des solutions techniques, on ne peut supposer un transfert thermique idéal avec le gaz de travail. Afin de modéliser le transfert thermique réel qui a eu lieu, on doit prendre en compte l'équation fondamentale du transfert de chaleur [2].

$$\dot{Q} = U(T_p - T_f) \quad 2.6$$

Où Q représente la quantité de chaleur échangée, U représente la conductance thermique globale et T_p ; T_f sont respectivement la température pariétale et celle du fluide. Depuis fort longtemps, le mode de transfert thermique primordial dans un moteur Stirling est la convection forcée, on peut ainsi donc réécrire l'équation (2.6).

$$\dot{Q} = h A_{pe}(T_p - T_f) \quad 2.7$$

Où h est le coefficient de transfert de chaleur et A_{pe} est la surface d'échange. Cependant, la simplicité de cette équation est trompeuse, car les coefficients h reste encore des données empiriques puisqu'il est une fonction complexe des propriétés du transport, du régime de l'écoulement et de la géométrie de l'échangeur de chaleur. Il importe aussi de notifier le fait que la conception des échangeurs de chaleur est bien établie dans l'industrie et beaucoup de corrélations empiriques ont été publiées, à la fois pour la conductance thermique et coefficient de frottement de l'écoulement. Cependant, tous sont obtenus en supposant que dans les moteurs Stirling, le débit est instable et varie considérablement au cours du cycle. En outre, en raison du mouvement relatif des deux pistons, à certains moments du cycle, il est envisageable que le gaz s'écoule simultanément dans les deux directions. En l'absence des données de l'écoulement en ce qui concerne le transfert thermique périodique, et le frottement dans ce modèle, il est supposé qu'à chaque incrémentation du cycle, les conditions d'écoulement stationnaire prévalent d'où le nom d'Etat quasi-stationnaire". Par conséquent, à chaque pas de temps, le transfert de chaleur entre les échangeurs de chaleur et le fluide de travail est évalué au moyen de l'équation (2.7) et on le rajoute à la quantité d'énergie résultante dans la cellule correspondante. La même équation est ensuite appliquée pour le régénérateur, en considérant que sa température est variable durant toute la simulation et peut être évaluée en résolvant l'équation

$$\frac{\partial T_p}{\partial t} = \frac{\dot{Q}}{c} \quad 2.8$$

Où "c" est la capacité thermique de la matrice solide. Comme illustré sur la *****fig.*****, le régénérateur est ici divisé en deux cellules afin de modéliser plus précisément la stratification de la température qui la caractérise. Ce modèle prend également en compte les forces de frottement dans les échangeurs et mieux dans la matrice du régénérateur.

Ces pertes sont à la base d'une différence de pression au sein du moteur et aussi d'une réduction du travail en sortie. Ces pertes de pression Δ_p sont ici évaluées par :

$$\Delta_p + \frac{2f_r \mu d_m V}{A d^2 \rho} = 0 \quad 2.9$$

Où f_r est le coefficient de frottement (donnée empirique) μ la viscosité du gaz, d_m le débit massique, V le volume du vide, A est la surface mouillée, d est le diamètre hydraulique et ρ la densité du gaz. La température de la chambre de compression est choisie arbitrairement ainsi que la pression de base puis on le résout à chaque incrémentation. La répartition de la pression dans le moteur est ainsi obtenue en y rajoutant simplement à la valeur précédente de pression, le Δ_p précédemment calculé au même instant pour différentes chambres. Il est important de noter que le Δ_p change de signe en fonction de la direction du fluide et, par conséquent, la pression dans la chambre de compression atteint alternativement la plus grande et plus petite valeur de pression dans le système. Une dernière considération est faite pour évaluer la dissipation de l'écoulement, elle résulte d'une génération de chaleur interne qui se produit quand le gaz forcé à l'écoulement se retrouve ralenti par les forces de frottements. Cette dissipation peut être exprimée comme une perte de charge au moyen de l'équation (2.10).

$$Disp = \frac{\Delta_p d_m A}{\rho} \quad 2.10$$

Et elle doit être incluse dans le bilan énergétique de chaque cellule où une dépression se produit. L'analyse globale nous ramène à un système d'équations différentielles plus nombreuses que celui du modèle adiabatique, donc les solutions nécessitent plus de puissance de calcul. Comme précédemment, un choix pertinent des conditions initiales doit être effectué et les équations sont intégrées de façon cyclique jusqu'à un état stable. Ça importe aussi de noter que le temps nécessaire pour atteindre la convergence dépend essentiellement de la capacité thermique du système, en particulier celle de la matrice du régénérateur Reg. Diverses techniques d'accélération ont été présentées dans la littérature, afin de réduire le temps de calcul nécessaire pour atteindre la convergence. En fin il faudra tenir compte du fait que plus le modèle est précis et complet, plus le système d'équation est complexe et la solution numérique est sujette à des effets d'instabilité numérique. Dans bon nombre de cas, ces effets sont difficilement localisables et, sont souvent fonction du système spécifique à résoudre ; il est donc difficile de définir les techniques universelles pour résoudre ces problèmes.

2.4.2.1. Modélisation adiabatique FEMTO avec pertes

En France, dans le laboratoire de Franche-Comté Electronique Mécanique Thermique et Optique Sciences et Technologie, (FEMTO) des travaux allant dans le même sens que ceux d'Urieli ont été menés avec la particularité que le modèle développé intègre les pertes de charges [6], par hystérésis, par conduction entre la source chaude

et le puits froid (parois), au sein du régénérateur, par effet navette, et les fuites de gaz. Une grande partie de la quantité de chaleur fournie à la tête chaude se dissipe dans le régénérateur et dans l'échangeur froid, le reste est transformé en travail mécanique [6][6]. Ces pertes énumérées sont essentiellement régies par les équations ci-après :

- Conduction thermique le long des parois entre la source chaude et le puits froid (régime permanent)

$$Q_{cond} = kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad 2.11$$

- Pertes au niveau du régénérateur

$$\begin{aligned} Q_{rloss} &= Q_r(1 - \varepsilon) ; \varepsilon = \frac{NUT}{1+NUT} & (a) \\ NUT &= St A_w / (2A) ; St = 0.46Re^{-0.4} / Pr & (b) \end{aligned} \quad 2.12$$

- Pertes dues à l'effet navette du déplaceur

$$Q_{shuttle} = \frac{\pi k_g D_{din} S_d^2}{4 L_d \delta} (T_e - T_c) \quad 2.13$$

- Pertes de charge imputables aux frottements visqueux

$$\begin{aligned} \Delta P &= \frac{-2 f_{Re} \mu u V}{D h^2 A} & (a) \\ W_{fr} &= \Delta P dV_e & (b) \end{aligned} \quad 2.14$$

- Pertes par hystérèse du gaz

$$W_{irr} \cong \frac{k}{4} \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} \gamma (\gamma - 1) T_w A_w \left(\frac{\Delta V}{V_b} \right)^2 \quad 2.15$$

- Fuites de gaz (débit massique et puissance correspondante)

$$\begin{aligned} \dot{m}_{leak} &= \pi D_{cin} \frac{P+P_b}{2RT} \left(u_p c + \frac{2c^3}{3\mu} \frac{P-P_b}{L} \right) & (a) \\ W_{leak} &= \dot{m}_{leak} C_p T & (b) \end{aligned} \quad 2.16$$

Leur modèle a été validé en utilisant les données empiriques disponible dans la littérature sur Le moteur Ground Power Unit GPU-3 qui est un moteur Stirling de type bêta développé par le laboratoire de recherche de General Motors pour le profit de l'armée américaine en 1965 [6]. La puissance mécanique et le rendement thermodynamique présentent ainsi des valeurs proches de celles des résultats expérimentaux disponibles dans la littérature bien que le rendement simulé reste supérieur (5%) au rendement expérimental.

2.5. Modèle de troisième ordre

Les méthodes du troisième ordre, également connues sous le nom d'analyse nodale, regroupent toutes les simulations 1D des moteurs Stirling et se décomposent généralement en trois étapes de base [7]: (1) discrétisation de la géométrie du moteur en tant que réseau de nœuds et de volumes de contrôle; (2) définition des équations différentielles pour la conservation de la masse, le moment et l'énergie, qui sera compléter par l'équation d'état pour le gaz de travail; (3) résolution du système d'équations différentielles au moyen d'une méthode numérique adéquate. Les méthodes du troisième ordre ont été introduites dans le but de considérer simultanément les nombreux différents processus complexes coexistant dans un moteur Stirling, qui ont été considérés séparément dans les méthodes précédentes. Néanmoins, ils ont toujours besoin des corrélations empiriques pour modéliser les coefficients de transfert de chaleur et les facteurs de frottement [8]. Ces méthodes sont plus sophistiquées et de loin plus coûteuses en puissance et en temps de calcul par rapport aux méthodes de second ordre: le domaine est généralement divisé en plusieurs nœuds et plus d'équations doivent être résolu pour chaque volume de contrôle, ce qui entraîne des problèmes de stabilité numérique. La principale différence entre les méthodes prises en compte dans cette classe réside dans la manière dont on aborde le problème numérique afin de réduire le temps de calcul et favoriser la stabilité et la convergence de la solution. En général les méthodes de troisième ordre peuvent être divisés en deux sous-classes: un plus rigoureux et l'autre moins [7][8]. La méthode rigoureuse du troisième ordre résout toutes les équations et comprennent des formulations empiriques pour les facteurs de frottement et coefficients de transfert thermique; l'analyse moins rigoureuse par contre, simplifie les calculs numériques en omettant certains termes des équations différentielles. De cette manière, il est possible de découpler certaines pertes des principaux calculs et ainsi améliorer la vitesse de calcul. Les simplifications communes dans les modèles existants sont: la négligence des termes inertiels et les frottements l'équation de la quantité de mouvement; la négligence de l'énergie cinétique dans l'équation de l'énergie. Les méthodes numériques normalement appliquées utilisent une différence finie des dérivées dans l'espace pour convertir les équations différentielles partielles en un système d'équations différentielles ordinaire, de sorte que chaque équation de conservation soit représentée par une équation différentielle ordinaire à chaque nœud. Dans la littérature, les méthodes numériques pour résoudre ce système d'équations différentielles ordinaires peuvent être divisées en deux catégories: explicite et implicite. la méthode explicite, est parfois affectés par des oscillations numériques et des instabilités, en particulier si le pas temporel est trop grand [8]. Les méthodes implicites par contre, sont généralement numériquement plus stables et peuvent donc utiliser des pas de temporel plus importants que les méthodes explicites. En plus des méthodes numériques précédentes, Il faut citer un groupe de méthodes comme celles d'Organ (1981) et Larson (1981) [9] qui applique la méthode des caractéristiques pour résoudre l'ensemble des équations différentielles partielles non-linéaires. Cette méthode

est utilisée pour transformer les équations différentielles partielles en un système d'équations différentielles ordinaires qui ne sont valables que lorsqu'elles suivent des courbes caractéristiques et permet de résoudre simultanément toutes les équations de conservation. La méthode des caractéristiques peut être appliquée à différents niveaux de complexité aux moteurs Stirling et l'on revendique qu'elle est plus générale et plus précise dans la détermination de la solution analytique des équations. Les méthodes du troisième ordre peuvent générer une information plus complète sur le moteur que l'analyse de second ordre, et peut être utilisée pour simuler les comportements du gaz à l'intérieur du moteur qui échappe à l'expérimentation. Néanmoins il n'y a aucune preuve qu'ils donnent toujours de meilleurs résultats par rapport à l'analyse précédente car, dans certains cas, avec les codes de second ordre on peut obtenir dans un temps de calcul plus court une précision comparable [10]. Il faut dire cependant, que les améliorations technologiques des deux dernières décennies ont largement diminué le temps de calcul requis dans l'analyse de troisième ordre et les méthodes numériques ont été affinées afin d'améliorer la convergence et la stabilité; donc de nos jours, les modèles monodimensionnels sont des outils d'ingénierie adéquats utilisés en particulier dans les applications d'optimisation rapide et la cartographie de performance; Parmi les logiciels monodimensionnels, citons Sage et Delta E[11]. Néanmoins, ce type d'analyse ne peut pas tenir compte des effets de la géométrie sur les flux internes ainsi que les distributions des propriétés des fluides de travail sur des axes longitudinaux, ce qui entraîne une information incomplète pour la modélisation de la machine. Une meilleure compréhension des caractéristiques d'écoulement et du transfert de chaleur dans tout le moteur peut être utile pour améliorer l'efficacité, la fiabilité et compléter les essais expérimentaux, donc une approche multidimensionnelle mérite d'être développée [3].

2.6. Modèle CFD ou de quatrième ordre

Le modèle du troisième ordre, comme dit dans la section précédente, peut donner des informations sur les performances du moteur, mais reste limité. Ils exigent encore le modèle définissant l'échange thermique et les frottements et ne prend pas en compte les conditions réelles à l'intérieur du moteur. Cela explique donc l'importance d'une approche multidimensionnelle (quatrième ordre), c'est-à-dire l'approche CFD. « Computational Fluid Dynamics (la dynamique des fluides assistée par ordinateur) » est un outil relativement nouveau: son développement et son utilisation pratique ont été auparavant limités par la puissance de calcul des ordinateurs et, grâce aux avancées de la technologie au cours des deux dernières décennies, ce type d'analyse s'est considérablement amélioré. Les logiciels CFD d'aujourd'hui peuvent être considérés comme efficaces pour soutenir la conception et l'optimisation des technologies dans de nombreux champs d'applications. Les simulations CFD consistent généralement en cinq étapes principales. Premièrement, définir et concevoir la géométrie (domaine) du problème. Deuxièmement, discrétiser la géométrie continue par maillage. Troisièmement, définir les lois physiques et les conditions aux limites régissant le problème. Quatrièmement, convertir les équations différentielles partielles des lois gouvernantes en

un ensemble d'équations algébriques. Et pour finir, exécuter la simulation et analyser les résultats pour s'assurer qu'il représente la solution physique du problème initial. Bien que le CFD en réalité, soit utilisé avec succès dans de nombreux domaines (moteurs à combustion interne, aérodynamique, l'acoustique etc.), son application aux machines Stirling est seulement récente, et souffre encore de nombreux défis [12] La première difficulté réside dans le fait qu'un Moteur Stirling est intrinsèquement un problème multi-physique et multi-échelle, en fait il est caractérisé par l'interaction de plus d'un matériau (fluide de travail, parois et en particulier le régénérateur) et les simulations simultanées de divers composants, qui peuvent avoir des échelles différentes. En outre, le transfert thermique et La mécanique des fluides devraient être résolus simultanément car ils sont liés et s'influencent. Le maillage devrait être conçu soigneusement, car la vitesse à laquelle le transfert de chaleur conjugué peut être résolu est directement liée à l'aspect régulier des mailles à l'interface; de plus le maillage, dans les moteurs Stirling, n'est pas stationnaire et les simulations impliquent des pièces mobiles. Il faut dire que tous les logiciels industriels ne peuvent pas supporter et résoudre correctement tous ces problèmes ensemble et, dans tous les cas, ils devraient être utilisés avec soin. Il n'est pas rare que l'intervention humaine soit nécessaire pour définir des fonctions et des codes supplémentaires pour contourner les déficits du logiciel et donc éviter des résultats imprécis. Une autre difficulté qui réside dans l'application du CFD au Stirling est la nature oscillante de l'écoulement, il est nécessaire de modéliser la machine dans son ensemble et non en tant que composants isolés. La modélisation d'un composant unique nécessite en effet, malgré les instabilités la connaissance des conditions aux limites pour un cycle entier. Puisqu'une paroi donnée peut avoir un écoulement dans les deux sens, la direction des caractéristiques au niveau de ces parois sont difficile à définir, mais aux mêmes moments, des spécifications incorrectes conduit à des instabilités, à la non-convergence des solutions, et / ou la convergence à des résultats non précis. De plus, ces frontières déjà problématiques peuvent, dans certains cas, se déplacer pendant le fonctionnement du moteur, ce qui complique encore le problème. On peut donc dire que la spécification des conditions aux limites pour les écoulements turbulents non linéaires (oscillant) comme ceux des machines Stirling, reste un axe de recherche important mais encore peu exploré. Ces dernières années, seules quelques recherches ont tenté de simuler fonctionnement instable de composants simples[13][14], alors que les publications les plus récentes ont orientées vers la modélisation de l'ensemble du moteur [15][16][17]. L'effort actuel des chercheurs se concentre principalement sur la résolution des défis de sorte qu'on puisse faire des simulations précises de moteurs Stirling dans un délai raisonnable.

2.7. Conclusion

Bien que le modèle de 2nde ordre reste le plus réaliste pour décrire le comportement complet d'une machine Stirling pour le moment, utilisation de modèles multidimensionnels pour analyser et optimiser les moteurs Stirling est relativement nouvelle dans le domaine de recherche sur les moteurs Stirling. Les analyses CFD peuvent être menées à plusieurs échelles sur différents types de moteurs Stirling car leur utilisation permettra de développer un meilleur transfert de chaleur et les relations de frottement sans oublier la compréhension des différents mécanismes de perte. Là est également possible de développer des moyens de réduire le temps de calcul tout en maintenant un haut Degré de précision.

Chapitre 3 : Matériel et méthode

3.1. Introduction

Ce chapitre sera consacré à l'exploration du matériel utilisé, le choix d'une méthode de simulation et son pourquoi ? La méthodologie adoptée consistera en un premier temps à choisir un modèle de simulation, ensuite un simulateur numérique, puis un modèle de machine Stirling à coupler tout en détaillant ces caractéristiques. On procédera à la validation du modèle de simulation à partir des données empiriques obtenues lors de l'évaluation du prototype. Puis il nous reviendra de mettre en exergue les paramètres clés pour une simulation dynamique en diversifiant les scénarii pour une optimisation de la machine Stirling duplex.

3.2. Justification du modèle de simulation choisi

Notre modélisation sera effectuée en deux étapes pour raison de facilitation, en un premier temps nous utiliserons l'algorithme de Urieli pour la modélisation de la machine en configuration « moteur ». Puis en un second temps, nous utiliserons le GUI élaboré par Atrey pour décrire le comportement de la machine en mode « récepteur ».

La modélisation idéale isotherme prédit que les échangeurs de chaleur d'un moteur Stirling sont redondants. Ceci rend l'utilisation de ce modèle obsolète pour prédire les performances d'une machine réelle. C'est la raison principale qui nous permet d'adopter un modèle alternatif ; " le modèle adiabatique d'Ureili " dans lequel les espaces de compression et de détente sont adiabatiques. Toutefois nous ne trouvons pas de solution analytique à ce modèle cela nous fait recourir à une simulation numérique. L'utilisation de ce modèle nous permettra d'acquérir diverses connaissances, notamment en ce qui concerne l'importance du régénérateur, mais aussi l'intégration de certaines pertes du système comme ; les pertes thermiques, par conduction dans les parois, les effets d'hystérésis dans le gaz, les effets navette aux extrémités du déplaceur, les fuites de gaz et les pertes lié à l'accouplement des deux machines.

StirlinGUIDE est un GUI fournit une plate-forme compréhensible pour les non-spécialistes de l'informatique afin d'obtenir des résultats pour un réfrigérateur particulier en fonction des paramètres de conception et de performance requis. Il propose également des illustrations graphiques de grande envergure pouvant aider à des cours expérimentaux en génie cryogénique. Une interprétation correcte des résultats peut aider à optimiser le cryo-réfrigérateur.

3.3. Choix du logiciel de simulation

Le problème à résoudre dans notre contexte est en réalité un système d'équations synthétisée par une vingtaine d'équations résultantes dont six intégrables en ce qui concerne la pression, la masse dans la chambre de compression, le travail et les quantités de chaleur. La pression et la masse compte tenu de leur indépendance, elles doivent être résolues de façon simultanée. Les équations régissant l'énergie, peuvent être résolues par une intégration numérique. Un tel système d'équations différentielles peut être mise en œuvre et résolu par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Ainsi selon nos connaissances, MATLAB, SCILAB, et FORTRAN 90 sont les langages de programmation qui s'offre à nous. Mais compte tenu de sa disponibilité, de sa puissance et aussi du fait que notre GUI StirlingGUIDE est émulé sous son environnement, nous optons pour MATLAB dans sa version 2017.

3.4. Choix du prototype de simulation

Les données empiriques existantes obtenues grâce à notre partenariat Nord-Sud, sont celle d'un prototype de machine duplex issu du couplage mécanique de deux moteurs Ground Power Unit GPU-3. Il s'agit d'une machine de type bêta développé par le laboratoire de recherche de "General Motors" pour le profit de l'armée américaine en 1965 [6]. La partie motrice de notre machine duplex, est capable de produire une puissance maximale de 7,5 kW en utilisant l'hydrogène comme gaz de travail sous une pression de charge de 69 Bar. Ce moteur a été testé par le centre de recherche Lewis NASA (National Aeronautics and Space Administration) qui a défini les caractéristiques géométriques de la machine avec son fonctionnement optimal (Tab. 3.2).

3.4.1. Description de la machine GPU-3

Le moteur GPU-3 Stirling (GPU - Ground Power Unit) est un générateur de moteur Stirling a été développé par General Motors (GM) en 1965. L'unité a été développée pour les États-Unis militaire et a été conçu pour produire un maximum de 7,5 kW en utilisant l'hydrogène comme travail fluide. La performance du moteur a été bien documentée dans de nombreuses techniques rapports produits par le centre de recherche Lewis de la NASA [107, 105, 106]. Ces tests étaient conduits pour cartographier les performances du moteur dans une grande variété de conditions de fonctionnement en utilisant à la fois l'hydrogène et l'hélium comme travail fluides. Les résultats des tests utilisés dans la validation sont ceux des tests de base bas. La raison en est que ce sont les résultats utilisés dans les modèles vus dans la littérature, qui sont comparés au modèle développé dans ce mémoire. Le moteur GPU-3 a été modélisé dans de nombreuses études. Par conséquent, le modèle présenté dans cette thèse peut être validé en comparant les résultats aux résultats de ces études expérimentales. Un diagramme montrant le GPU-3 Stirling le moteur et les composants peuvent être considérés comme suit.

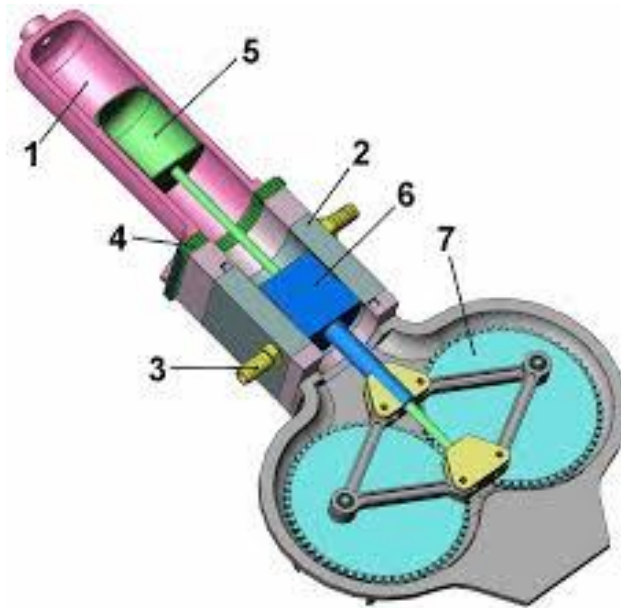


FIGURE 3-1 : APPERÇU 3D EN COUPE DU GPU-3

- 1 – Chambre de détente
- 2 – Chambre de compression
- 3 – Orifice de régénération
- 4 – Régénérateur
- 5 – Piston de détente
- 6 – Piston de compression
- 7 – Engrenage de type rhombique

La Figure 3.1 ci-dessus montre que le moteur GPU-3 Stirling utilise un mécanisme d'entraînement unique, qui est connu sous le nom de transmission Rhombique et a été développé en 1959 par Jan Meijer [25] au temps où il travaillait pour Philips, Ce mécanisme d'entraînement a été développé comme moyen de minimiser les fuites de gaz par la réduction des efforts entre les parois du piston et du cylindre. Le tableau ci-dessous énumère les conditions de fonctionnement du GPU-3 durant les premiers tests à faible puissance.

TABLEAU 3-1 : PARAMETRES DE FONCTIONNEMENT DU GPU-3

Paramètres	Symbole	Valeur	Unités
Température paroi réchauffée	T_h	977	K
Température paroi refroidie	T_k	288	K
Fréquence de rotation	f	41,72	Hz
Pression principale	P_{mean}	4,13	MPa
Fluide de travail	-	Helium	-

Pour modéliser le moteur, les équations qui décrivent la variation de volume dans les chambres de compression et de détente doivent être définies en fonction des caractéristiques géométriques du moteur. La Figure *** est un schéma cinématique montrant la disposition du moteur et les caractéristiques géométriques[18].

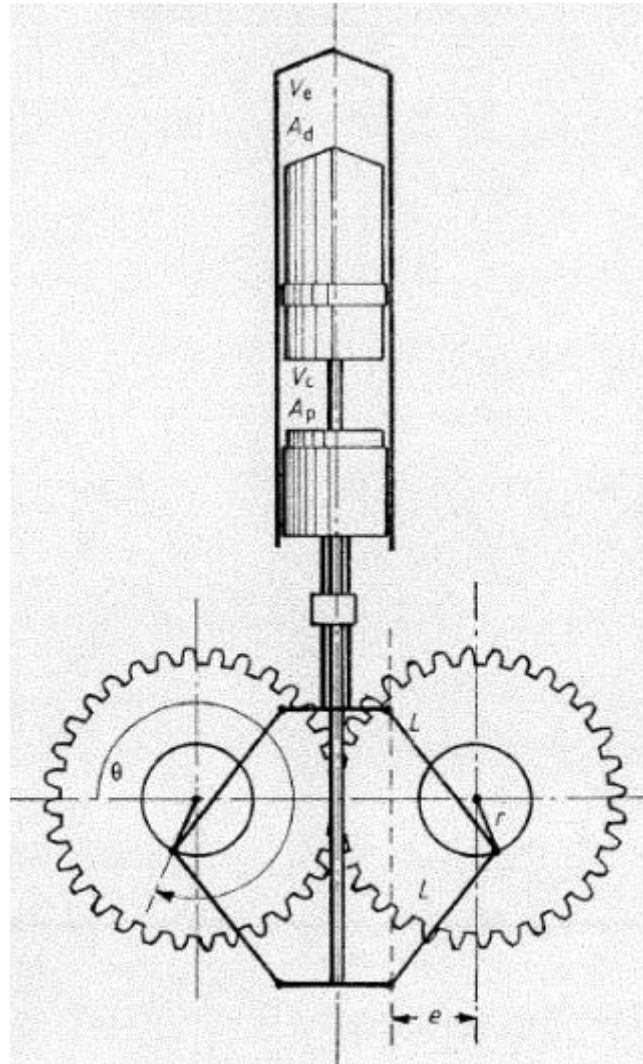


FIGURE 3-2 : SCHEMA CINEMATIQUE DU GPU-3

TABLEAU 3-2 : CARACTERISTIQUES DU MOTEUR STIRLING DUPLEX GPU-3 DE GMC

Paramètres	Valeurs	Paramètres	Valeurs
Volumes balayés		Volumes morts	
Espace de compression	113.14 cm ³	Espace de compression	28.68 cm ³
Espace de détente	120.82 cm ³	Espace de détente	30.52 cm ³
Tête chaude		Refroidisseur	
Nombre de tubes	40	Nombre de tubes	312
Diamètre des tubes	3.02 mm	Diamètre des tubes	1.08 mm
Longueur des tubes	245.3 mm	Longueur des tubes	46.1 mm

Volume mort	70.88 cm ³	Volume mort	13.8 cm ³
Longueur de transfert th.	155,4 mm	Longueur de transfert th.	35.5 mm
Régénérateur		Paramètres généraux	
Diamètre	22.6 mm	Pression	41.3 bar
Longueur	22.6 mm	Température chaude	977 K
Diamètre du fil	40 µm	Température froide	288 K
porosité	0.697	Gaz	Helium
Volume mort	50.55 cm ³	Masse du gaz	1.136 g
Nombre d'unité	8	Fréquence	41.7 Hz
Conductivité thermique	15 W.m ⁻¹ K ⁻¹	-	

Chapitre 4 : Développement du modèle

4.1. Introduction

Dans la rubrique ci-dessus nous avons opté pour l'utilisation d'un modèle de second ordre pour la modélisation de la partie motrice de notre machine duplex et d'un modèle isotherme cyclique. Afin de simplifier la tâche nous allons réaliser une modélisation à deux temps. Le premier nous amènera à appliquer le modèle adiabatique idéal d'Ureili sans perte sur un GPU-3 les résultats obtenus serviront dans un second temps comme input pour un code de deuxième ordre élaboré par Akshit Markan et al. À l'International Institute of Technology (IIT) de Bombay en Inde pour la simulation des cryocooler.

4.2. Schémas globaux des modèles d'Ureili et d'Akshit Markan

4.2.1. Modèle adiabatique idéal sans perte d'Ureili pour moteur Stirling

Dans les machines réelles, les espaces de travail auront tendance à être adiabatiques plutôt qu'isothermes, ce qui implique que la chaleur nette transférée sur le cycle doit être assurée par les échangeurs de chaleur. Nous considérons donc un modèle alternatif idéal pour les moteurs Stirling, le modèle Idéal Adiabatique.

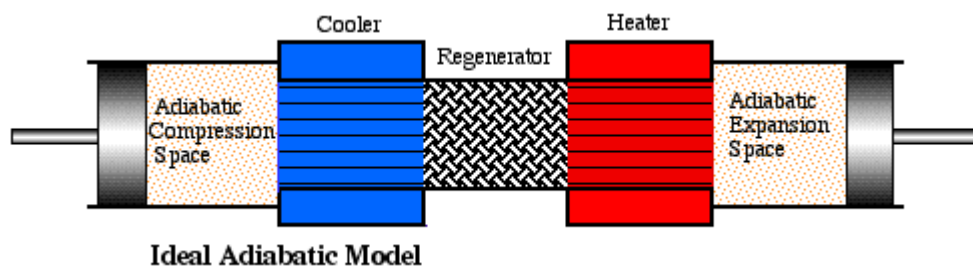


FIGURE 4-1 : SCHEMA DE DECOMPOSITION PROPOSEE PAR UREILI

Comme auparavant, le moteur est configuré comme un modèle à connexion en série à cinq composants avec des échangeurs de chaleur parfaitement efficaces (y compris le régénérateur) et, à cet égard, il est similaire au modèle Isotherme Idéal défini précédemment. Cependant, les chambres de compression et de détente sont tous deux adiabatiques, dans lesquelles aucune chaleur n'est transférée vers l'environnement. Dans le diagramme suivant, nous définissons la nomenclature du modèle Adiabatique Idéal. Nous avons donc un seul suffixe (c, k, r, h, e) représentant les cinq cellules et un double suffixe (ck, kr, rh, he) représentant les quatre interfaces entre les cellules. L'enthalpie est transportée à travers les interfaces en termes de débit massique "m" et de température

amont T. Les flèches sur les interfaces représentent la direction positive du flux, définie arbitrairement de la chambre de compression vers la chambre de détente.

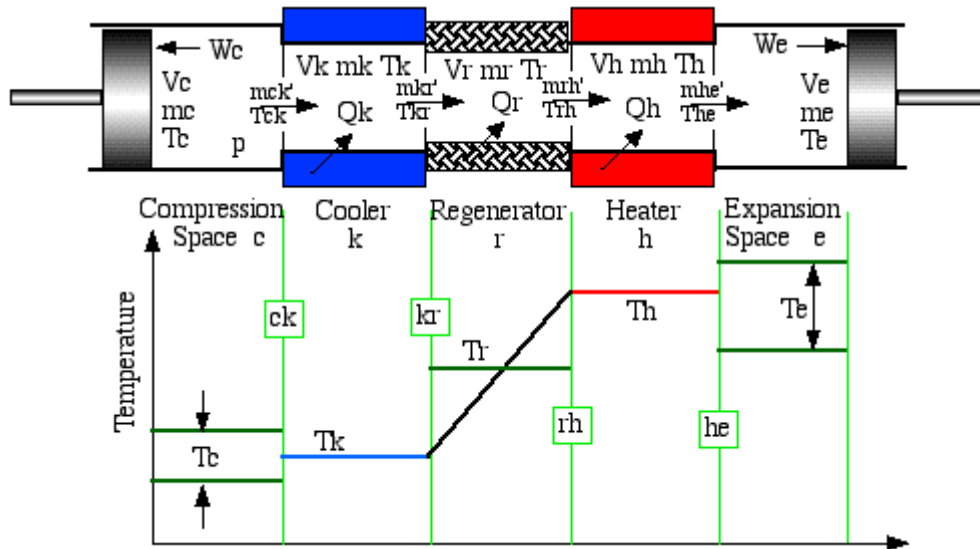


FIGURE 4-2 : DIAGRAMME DE DEFINITION DU MODELE ADIABATIQUE IDEALE DE UREILI

Remarquez, d'après le diagramme de distribution de la température, que la température dans les chambres de compression et de détente (T_c et T_e) n'est pas constante, mais varie au cours du cycle en fonction de la compression adiabatique et de la détente dans les chambres de travail. Ainsi, les enthalpies circulant à travers les interfaces "ck" et "he" portent les températures respectives des cellules en amont adjacentes, donc les températures T_{ck} et T_{he} sont conditionnelles à la direction du flux et sont définies de manière algorithmique comme suit:

$$\text{if } m_{ck}' > 0 \text{ alors } T_{ck} = T_c \text{ sinon } T_{ck} = T_k$$

$$\text{si } m_{he}' > 0 \text{ alors } T_{he} = T_h \text{ else } T_{he} = T_e$$

Dans le modèle idéal, il n'y a pas de fuite de gaz, la masse totale de gaz M dans le système est constante et il n'y a pas de chute de pression, p n'est donc pas suffixé et représente la pression instantanée dans tout le système.

Le travail W est effectué sur l'environnement grâce aux volumes variables des espaces de travail V_c et V_e , et la chaleur Q_k et Q_h est transférée de l'environnement externe au gaz de travail dans les cellules de refroidissement et de chauffage, respectivement. Le régénérateur est extérieurement adiabatique, la chaleur Q_r étant transférée de manière interne de la matrice de régénératrice au gaz circulant dans le volume vide du régénérateur V_r .

4.2.1.1. Développement des équations gouvernantes

L'approche générale pour dériver l'ensemble des équations consiste à appliquer les équations d'énergie et d'état à chacune des cellules. Les équations résultantes sont liées en appliquant l'équation de continuité à l'ensemble du système. Considérons tout d'abord l'équation d'énergie appliquée à une cellule généralisée qui peut être réduite à

une cellule d'espace de travail ou à une cellule d'échangeur de chaleur. L'enthalpie est transportée dans la cellule au moyen d'un débit massique et de la température T_i , et hors de la cellule au moyen d'un débit massique et de la température T_o . L'opérateur dérivé est désigné par d, ainsi, par exemple, dm désigne la dérivée de masse $\frac{dm}{d\theta}$, où θ est l'angle de cycle.

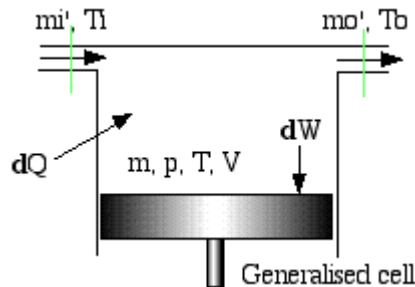


FIGURE 4-3 : ISOLATION D'UNE CELLULE SELON UREILI

On peut énoncer l'équation d'énergie du gaz de travail dans la cellule comme suit :

Taux de transfert de chaleur dans la cellule	+	Enthalpie nette convectée dans la cellule	=	Taux de travail effectué sur les frontières	+	Taux d'augmentation de l'énergie interne dans la cellule
--	---	---	---	---	---	--

L'ensemble final des équations différentielles et algébriques nécessaires à la solution est résumé comme suit.

- Pression

$$DP = \frac{-\gamma P \left(\frac{DV_c}{T_{ck}} + \frac{DV_e}{T_{he}} \right)}{\frac{V_c}{T_{ck}} + \gamma \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} \right) + \frac{V_e}{T_{he}}} \quad 4.1$$

- Masse

$$Dm_c = (PDV_c + \frac{V_c DP}{\gamma}) / (RT_{ck})$$

4.2-A

$$m_k = PV_k / (RT_k) ; m_r = PV_r / (RT_r)$$

$$m_h = PV_h / (RT_h) ; m_e = PV_e / (RT_e)$$

- Températures

$$T_c = PV_c / (Rm_c) ; T_e = PV_e / (Rm_e)$$

- Débit massiques

$$Dm_k = m_k \frac{DP}{P} \quad Dm_r = m_r \frac{DP}{P} \quad Dm_h = m_h \frac{DP}{P}$$

$$m_{ck} = -Dm_c \quad m_{kr} = m_{ck} - Dm_k$$

$$\dot{m}_{rh} = \dot{m}_{kr} - Dm_r \quad \dot{m}_{h/e} = \dot{m}_{rh} - Dm_h$$

- Conditions de température et de pression

Si $\dot{m}_{ck} > 0$ alors $T_c \rightarrow T_{ck}$. Sinon $T_k \rightarrow T_{ck}$.

Si $\dot{m}_{he} > 0$ alors $T_h \rightarrow T_{he}$. Sinon $T_e \rightarrow T_{he}$.

$$DW = PDV_c + PDV_e$$

$$DQ_k = V_k DP \frac{C_v}{R} - C_p (\dot{m}_{ck} T_{ck} - \dot{m}_{kr} T_{kr})$$

4.3

$$DQ_r = V_r DP \frac{C_v}{R} - C_p (\dot{m}_{k/r} T_{kr} - \dot{m}_{r/h} T_{r/h})$$

Le bilan énergétique du moteur devient alors :

$$Q_h = Q_{hideal} + Q_{cond} + Q_{rloss} + Q_{shuttle}$$

$$W = W_{ideal} - W_{fr} - W_{irr} - W_{leak}$$

$$Q_k = Q_{kideal} + Q_{cond} + Q_{rloss} + Q_{shuttle} + W_k + W_{irr} + W_{leak}$$

Q_{hideal} , Q_{kideal} et W_{ideal} font références aux quantités de chaleur et au travail de l'analyse adiabatique idéale.

- Perte mécanique lié à l'engrenage rhombique

Nous avons choisi d'intégrer de façon approximative, les pertes liées à l'engrenage mécanique rhombique. Exclusivement les pertes liées à l'erreur de transmission.

En effet La notion d'erreur de transmission, introduite pour la première fois par Harris [19], est définie comme l'écart de position de la roue menée, pour une position donnée du pignon par rapport à la position qu'elle devrait occuper si les engrenages étaient rigides et géométriquement parfaits [19]. Cette erreur faire perdre de l'énergie au GPU-3 et peut être évalué comme suit :

Types	Nature des efforts	Efforts projetés	Torseur transmissible
① Engrenages à axes parallèles et denture droite			<p>Dans $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:</p> $A \{A_{1/2}\} = \begin{Bmatrix} F_t & 0 \\ F_r & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$ <ul style="list-style-type: none"> ■ Force axiale : $F_a = 0$ ■ Force radiale : F_r $F_r = F_t \cdot \tan \alpha$ ■ Force tangentielle : F_t $F_t = \frac{P}{\omega \cdot r} = \frac{P}{\pi \cdot N} \cdot r$ <p style="text-align: right;">30</p>

FIGURE 4-4 :EVALUATION DES PERTES MECANQUES LIEES A L'ENGRENAGE RHOMBIQUE

4.2.2. Présentation de StirlinGUIDE

StirlinGUIDE (version 1.0) est un outil graphique qui illustre les concepts de conception et d'élucidation des processus cryogénique Stirling et des réfrigérateurs à tubes pulsés (PTR) de type Stirling. Ce logiciel est un outil qui peut être utilisé de façon interactif pour comprendre le mécanisme de travail de base des machines de type Stirling. StirlinGUIDE est une interface utilisateur graphique (GUI) conçue avec MATLAB®. Le code MATLAB® pour le Cryo-cooler de Stirling utilise des hypothèses basées sur une analyse cyclique. Le modèle isotherme et l'analyse cyclique ont été utilisés pour concevoir l'algorithme de PTR avec un tube d'inertance. Parallèlement à l'analyse cyclique, l'interface fournit également une visualisation du cryocooler spécifique et d'un module d'apprentissage pour l'utilisateur. L'interface utilisateur peut ainsi être utilisée par les étudiants ainsi que par les jeunes enseignants en tant qu'outil pédagogique et outil de conception.

StirlinGUIDE fournit une plate-forme compréhensible pour les non-spécialistes de l'informatique afin d'obtenir des résultats pour un réfrigérateur particulier en fonction des paramètres de conception et de performance requis. Il propose également des illustrations graphiques de grande envergure pouvant aider à des cours expérimentaux en génie cryogénique. Une interprétation correcte des résultats peut aider à optimiser le Cryo-réfrigérateur.

La version actuelle de StirlinGUIDE nécessite uniquement une version récente de MATLAB® (de préférence R2009a et ultérieure). Aucune boîte à outils n'est requise. Le logiciel fonctionne sous Windows[20].

4.2.3. Présentation des modèles de simulation incorporés à StirlinGUIDE

StirlinGUIDE utilise deux principaux modèles de simulation qui sont ; la simulation cyclique des Cryo-réfrigérateurs Stirling issu des travaux de Atrey et al. [21] et le modèle isotherme de Schmidt [4]. L'interface du logiciel propose aussi en parallèle, une visualisation du Cryo-réfrigérateur frisant le CFD.

4.2.3.1. Modélisation cyclique ou itérative

Les hypothèses de base prises en compte pour cette modélisation sont énumérées dans la liste suivante :

- Les gaz de travail sont des gaz parfaits
- Le piston et le déplaceur sont imprégnés d'un mouvement sinusoïdal
- Tout le système est à pression constante
- La température la plus basse de l'espace mort est moyenne des températures entre l'entrée et la sortie.
- La compression est adiabatique tandis que la détente est isotherme

- Le débit massique du régénérateur est la moyenne logarithmique de celle des Chambres de compression et de détente

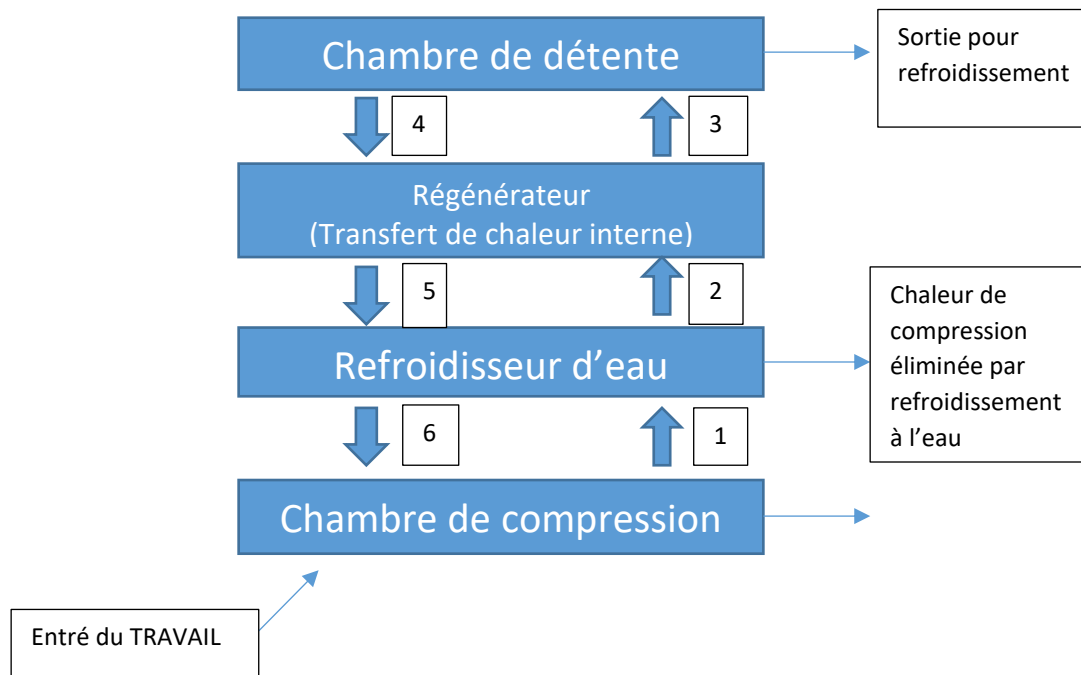


FIGURE 4-5 : SCHEMA DU MODEL ITERATIF DU CRYOCOOLER

Le base des paramètres et des dimensions en entrée sont d'abord calculées. On calcule la pression à chaque intervalle qui est ensuite utilisée pour évaluer les températures pour les intervalles correspondants en supposant une compression adiabatique et en utilisant la méthode de Newton-Raphson comme outil mathématique. Un facteur de correction est alors obtenu pour corriger la pression précédente valeurs. L'effet Puissance idéale et l'effet Réfrigération idéale sont ensuite calculés par simple intégration à l'aide d'une règle trapézoïdale. La procédure d'analyse cyclique est illustrée par un modèle pour un Cryo-réfrigérateur Stirling à la figure ci-dessus.

4.2.3.2. Evaluation des pertes

Les débits massiques sont différents en raison de régénérateur, refroidisseur et condenseur différents espaces morts. Variation de la fraction massique de l'inventaire de gaz pour chaque espace est calculée pour chaque intervalle. Les pertes prises en compte sont:

- Perte d'inefficacité du régénérateur: il entraîne une température légèrement supérieure dans l'espace d'expansion.
- Conduite de la navette: Déplacement absorbe la chaleur de l'extrémité chaude et donne à la fin froide
- Perte de température: comptes pour changement constant de la température de la matrice de régénérateur.

- Perte P-V : en raison de la chute de pression dans le régénérateur, refroidisseur et l'évaporateur. La pression à la chambre de détente est moins que cela dans la compression espace.
- Perte de pompage: Une pression et une dépressurisation continues du refroidisseur entraînent la pénétration et la sortie du gaz (présent dans la fente entre le détenteur et la paroi), réduisant ainsi la réfrigération.
- Pertes dues à la conduction de membres solides
- Besoin supplémentaire en énergie dû à la chute de pression dans le refroidisseur, le régénérateur et le condenseur en raison du frottement du flux.

4.2.4. Schéma global de la machine duplex

Afin de mieux atteindre nos objectifs, nous avons modélisé à l'aide d'un logiciel CAD (SolidWorks 2016) le fonctionnement mécanique d'une machine Stirling duplex constituée de deux moteurs Stirling de type BETA comme le montre la figure ci-dessous.

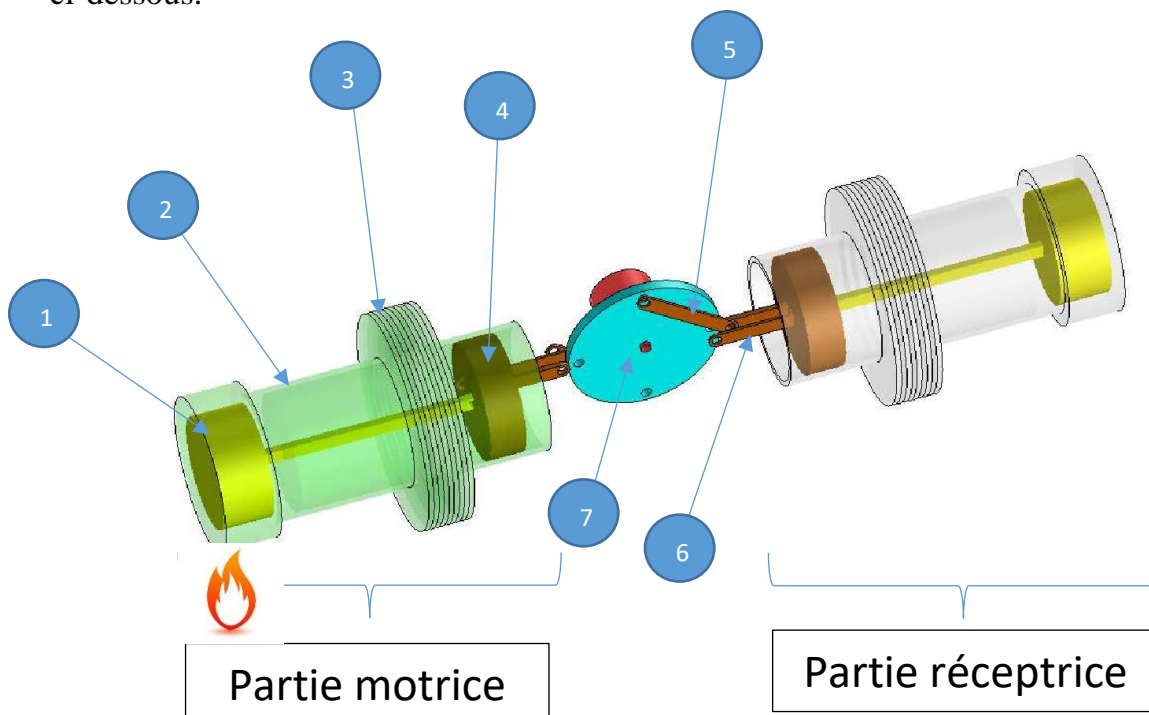


FIGURE 4-6 : APREÇU DU MODELE 3D DE LA MACHINE DUPLEX CONSTITUEE DE 2 GPU-3

- 1- Heater (réchauffeur) & déplaceur
- 2- Cylindre
- 3- Régénérateur
- 4- Chambre de détente & piston de travail
- 5- Bielle
- 6- Manivelle

Ainsi le diagramme de fonctionnement peut être illustré comme suit :

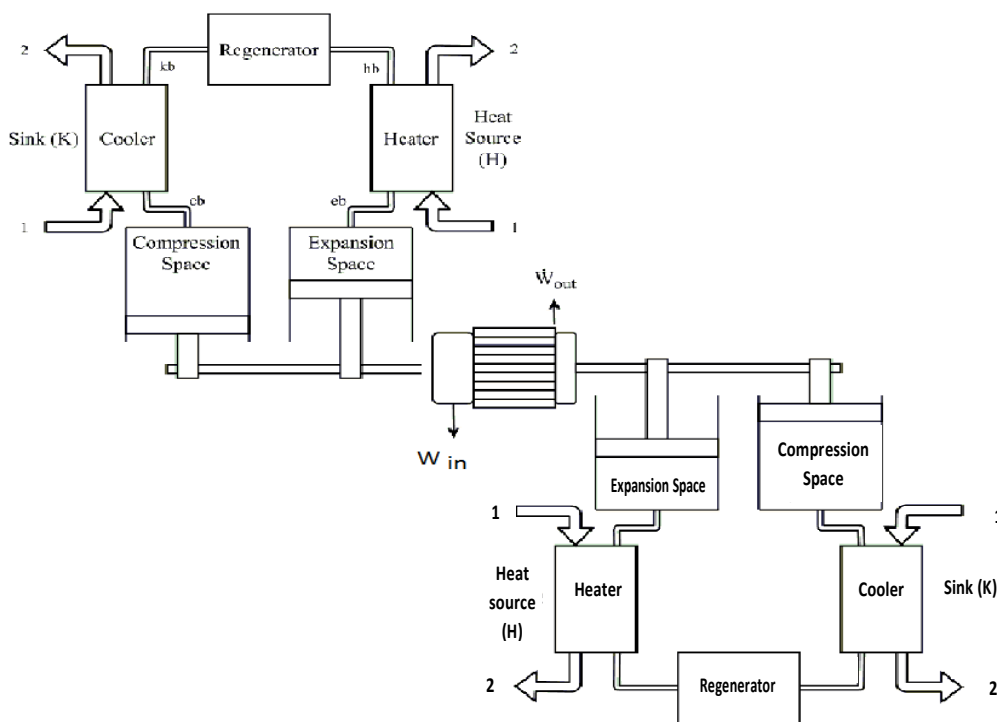


FIGURE 4-7 : SCHEMA FONCTIENNEL DE LA MACHINE DUPLEX

4.3. Résultats des simulations

Les codes compilés sous MATLAB® à partir des travaux d’Urieli [5] et d’Atrey [19] sont détaillés dans l’annexe 1. Nous exposerons les résultats obtenus à travers les lignes suivantes avant de procéder à une validation modèles en les comparants aux résultats expérimentaux.

4.3.1. Résultats de simulation de la partie motrice

Après simulation nous obtenons en sortie les données suivantes :

=====ideal adiabatic analysis with rhombic drive loss results=====

Heat transferred to the cooler: -4831.53[W]

Net heat transferred to the regenerator: 7.86[W]

Heat transferred to the heater: 11169.17[W]

Total power output: 6023.93[W]

Thermal efficiency: 56.8[%]

=====

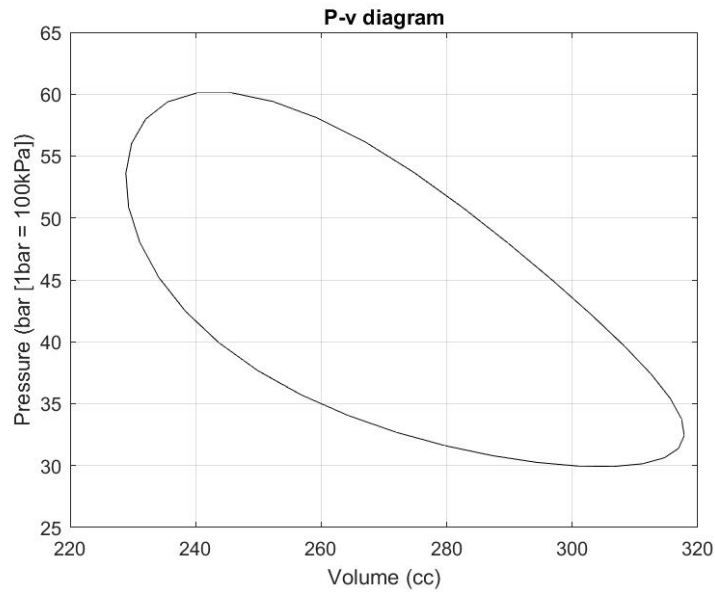


FIGURE 4-8 : DIAGRAMME PV PARTIE MOTRICE DE LA MACHINE DUPLEX

Dans le diagramme température-angle manivelle, nous observons une grande variation de température cyclique du gaz dans l'espace d'expansion (> 100 K), sa valeur moyenne étant inférieure à celle de l'élément chauffant de 988 K. De même, la température moyenne des gaz dans l'espace de compression est supérieure à la température de refroidissement. Cela suggère que les espaces de travail supposés adiabatiques réduisent effectivement les limites de température de fonctionnement, cette réduction permet de garder ainsi l'efficacité thermique à un niveau inférieur à celui de l'efficacité Carnot (figure4-9).

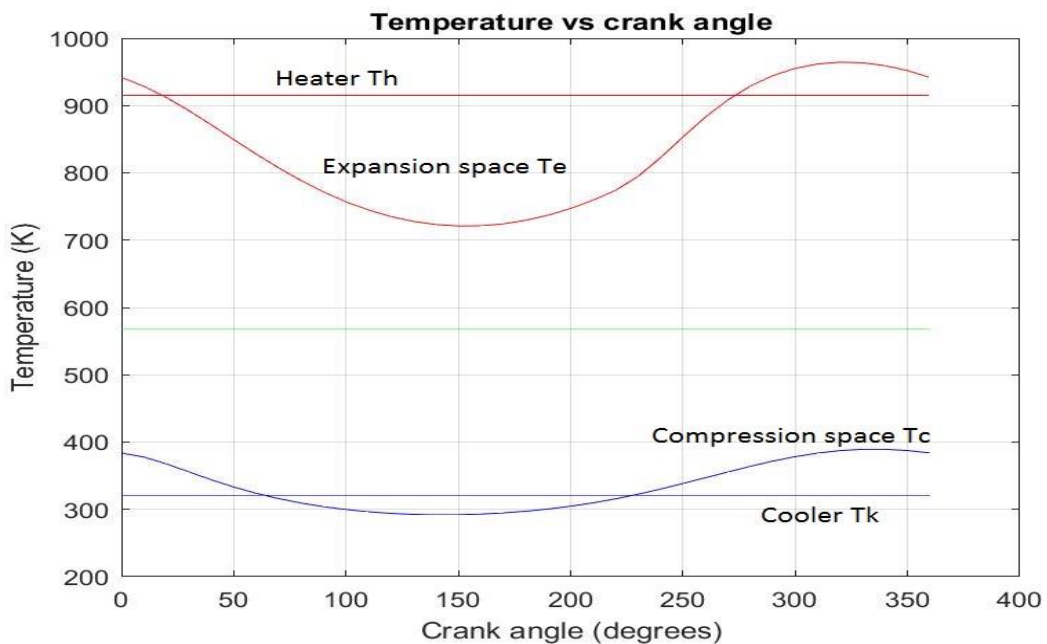


FIGURE 4-9 : DIAGRAMME TEMPERATURE FONCTION DE L'ANGLE DE ROTATION DE LA MANIVELLE

Le diagramme énergie-thêta montre la chaleur transférée et le travail effectué pendant le cycle. Remarquez que le travail effectué W commence par le processus d'expansion (pente positive) puis le processus de compression, puis retourne au processus d'expansion. Ainsi, le travail total est de près de 800 joules, mais le travail net effectué à la fin du cycle est seulement 125 joules. L'aspect le plus significatif du diagramme énergie-thêta est la quantité considérable de chaleur transférée dans le régénérateur au cours du cycle, soit près de 7 fois le travail net effectué par cycle. Cela tend à indiquer que la performance du moteur dépend essentiellement de l'efficacité du régénérateur et de sa capacité à accepter des flux de chaleur élevés. De manière significative, l'énergie rejetée par le gaz dans la matrice du régénérateur pendant la première moitié du cycle est presque égale à l'énergie absorbée par le gaz provenant de la matrice dans la seconde moitié du cycle. Le transfert thermique net vers le régénérateur sur un cycle est donc sensiblement proche de zéro. C'est pour cette raison que l'importance du régénérateur n'a pas été comprise pendant environ 100 ans après que le brevet original de Stirling ait décrit la fonction et l'importance du régénérateur. La machine Lehmann sur laquelle Schmidt a analysé son analyse n'était apparemment pas équipée d'un régénérateur, et il est concevable que Schmidt n'en ait pas apprécié l'importance. Il se réfère au manuel de Zeuner comme contenant une "théorie complète, simple et claire" des moteurs pneumatiques, mais dans le même manuel, Zeuner dénonce l'utilisation de régénérateurs pour les moteurs pneumatiques (Finkelstein, T., 1959, Air Engines in The Engineer, partie 1, 27 mars) [5].

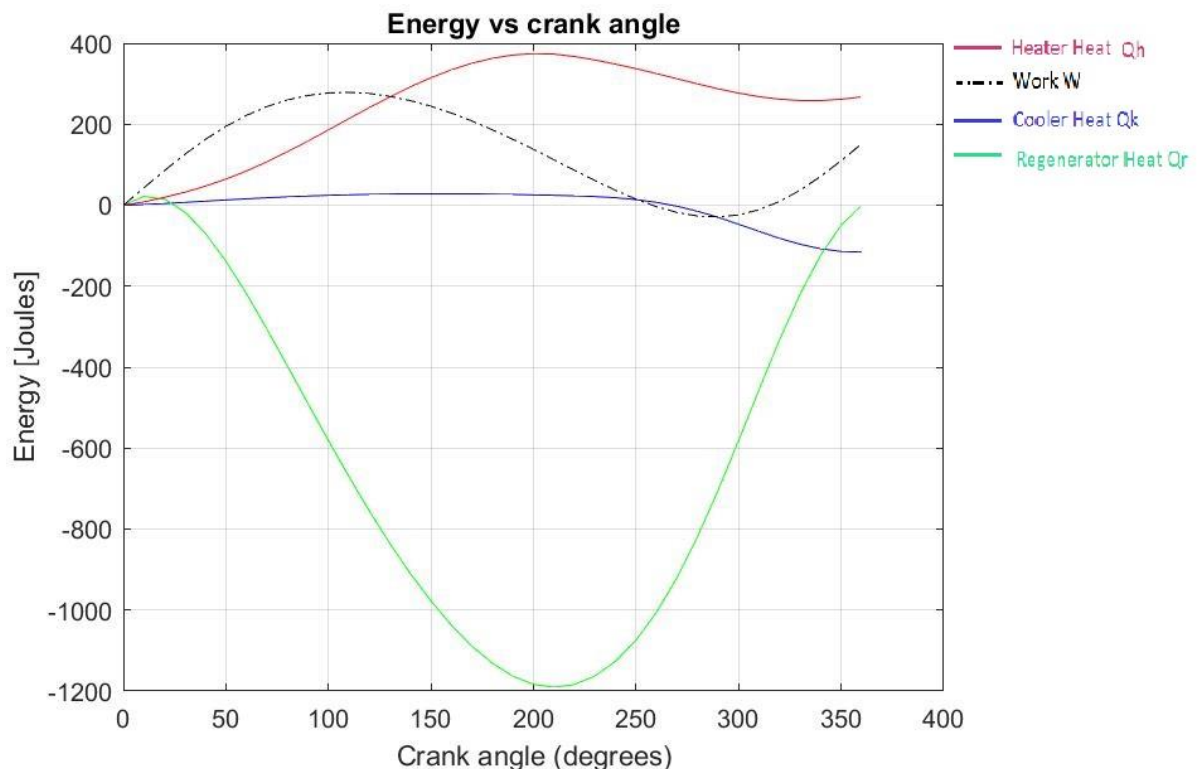


FIGURE 4-10 : DIAGRAMME ENERGY ANGLE DE ROTATION DE LA MANIVELLE

Les résultats expérimentaux des différents essais de ce moteur ont été comparés aux modèles analytiques du deuxième ordre, il est considéré comme une référence pour la validation de chaque modèle de calcul dédié aux moteurs Stirling (Tab. 4-1).

TABLEAU 4-1 : COMPARAISON DES RESULTATS OBTENUES

Modèles	Puissance thermique fournie (W)	Puissance mécanique récupérée (W)	Rendement thermodynamique (%)
Modèle isotherme idéal d'Urieli et Berchowitz [3]	10556	7442	70.5
Modèle adiabatique idéal avec pertes mécaniques partielles d'Urieli et Berchowitz [5]	11169	6023	53.9
Modèle adiabatique avec pertes d'Urieli et Berchowitz [5]	12762	6700	52.5
Meilleur Modèle dynamique de Timoumi	16451	4273	38.5
Modèle adiabatique FEMTO avec pertes.	14858	6240	42
Résultats expérimentaux [15]	11309	3958	35

Le tableau 4-1 montre que le modèle utilisé se compare bien aux modèles observés dans la littérature. En comparant les résultats aux résultats expérimentaux, on peut voir que l'approche de premier ordre (isotherme) prédit la puissance de sortie de 70,5% et l'approche de second de FEMTO ordre 42%. Ces écarts, bien que significatifs, sont bien meilleurs que les prédictions des autres modèles de moteurs Stirling. Les raisons de la différence entre les résultats du modèle et les résultats expérimentaux sont nombreuses, l'un des plus importants est qu'aucun des modèles ne prend en compte les pertes mécaniques et le constant transfert de chaleur dans sa totalité. On constate également que les relations surestiment les coefficients de transfert de chaleur dans le refroidisseur.

4.3.2. Résultats et discussion

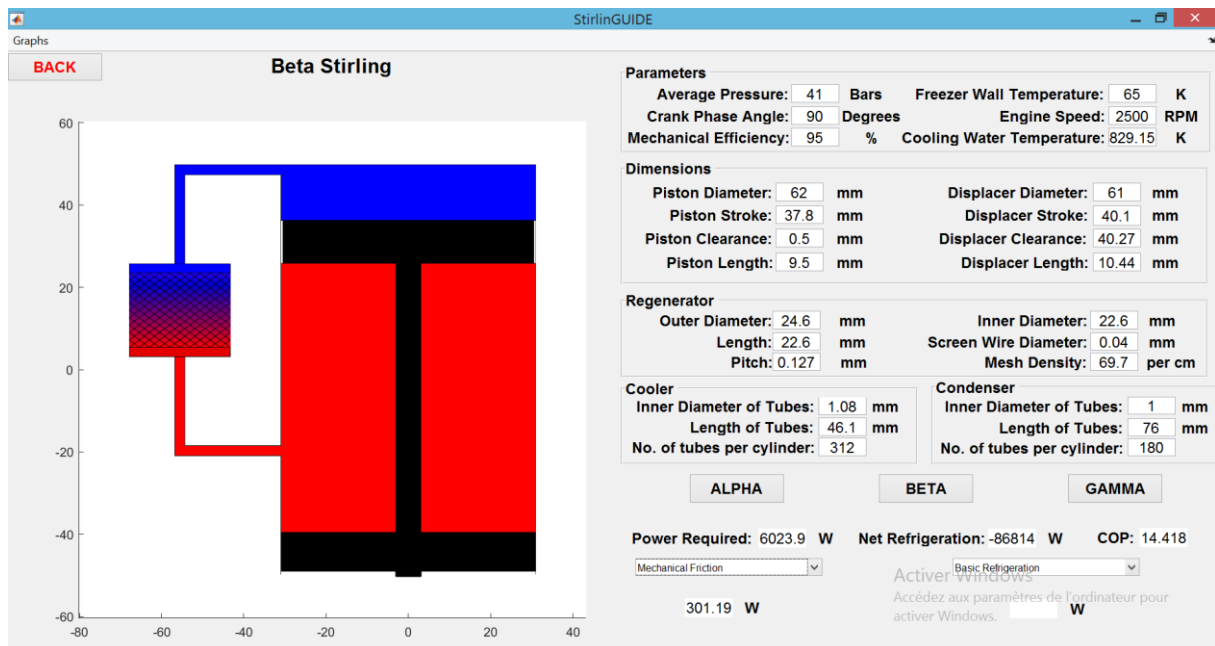


FIGURE 4-11 : RESULTAT DE SIMULATION DE LA MACHINE DUPLEX PARTIE RECEPTRICE (STIRLINGUIDE)

Ce réfrigérateur est capable d'atteindre une température extrême de 65 K (figure4-11). En supposant que le rendement mécanique tourne autour de 95% et que la vitesse de rotation de la machine reste inchangée soit environ 41,7 Hz équivalent à presque 2500 RPM. Nous obtenons un COP de 14,418 avec une puissance frigorifique net de 86814W.

Pris dans sa globalité, le COP de la machine duplex est de 1,1476 cette différence de près du 10^{ème} est sûrement essentiellement dû aux diverses pertes subsistant au niveau de la partie motrice de notre système.

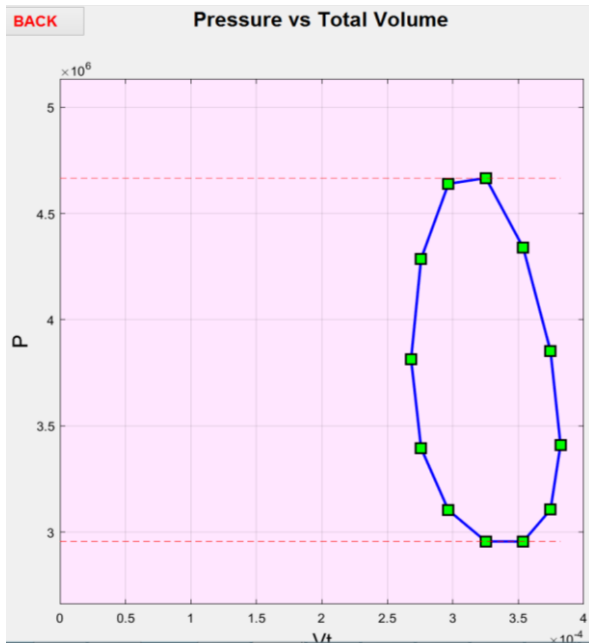


FIGURE 4-12 : DIAGRAMME PV GLOBAL

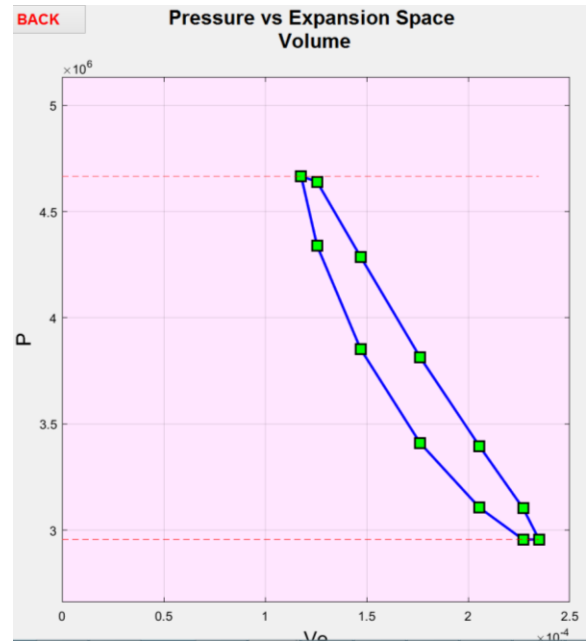


FIGURE 4-14 : DIAGRAMME PV DETENTE

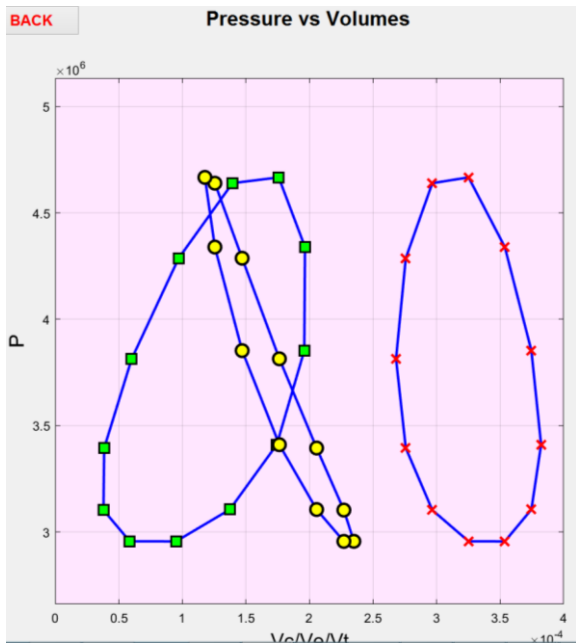


FIGURE 4-13 : DIAGRAMMES PV

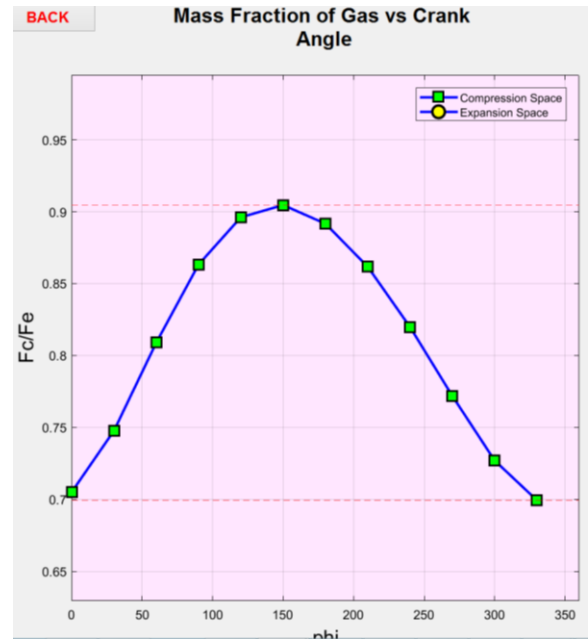


FIGURE 4-15 : DIAGRAMME GAZ ; ANGLE MANIVELLE

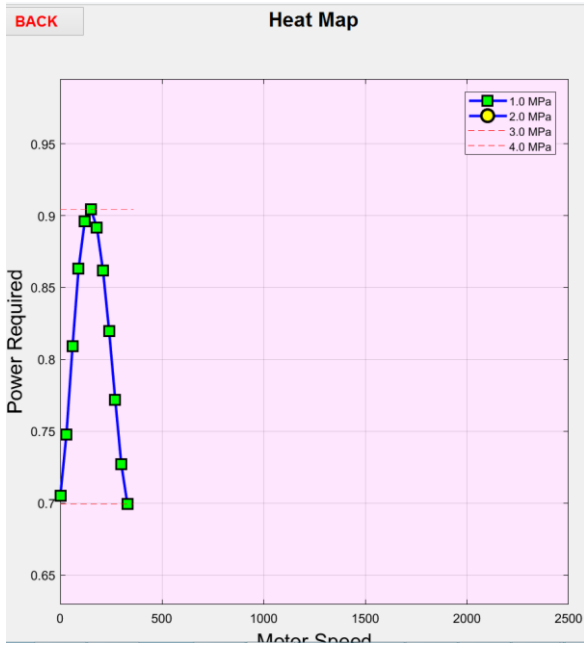


FIGURE 4-16 : DIAGRAMME VITESSE ; PUISSANCE UTILE

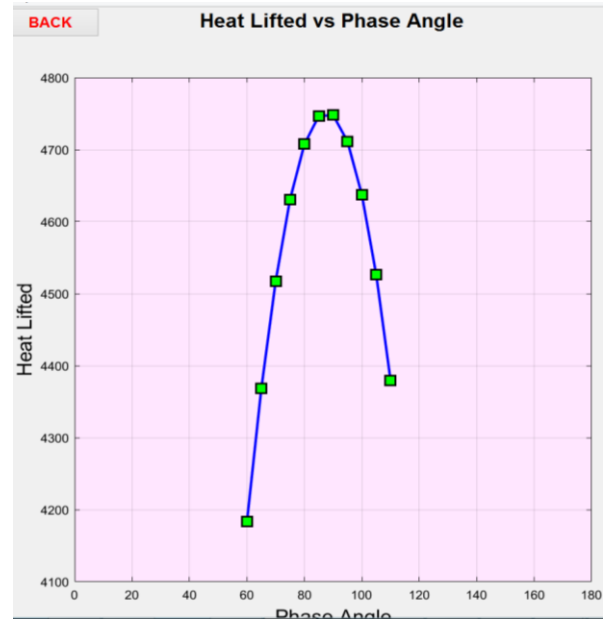


FIGURE 4-18 :DIAGRAMME CHALEUR ; ANGLE MANIVELLE

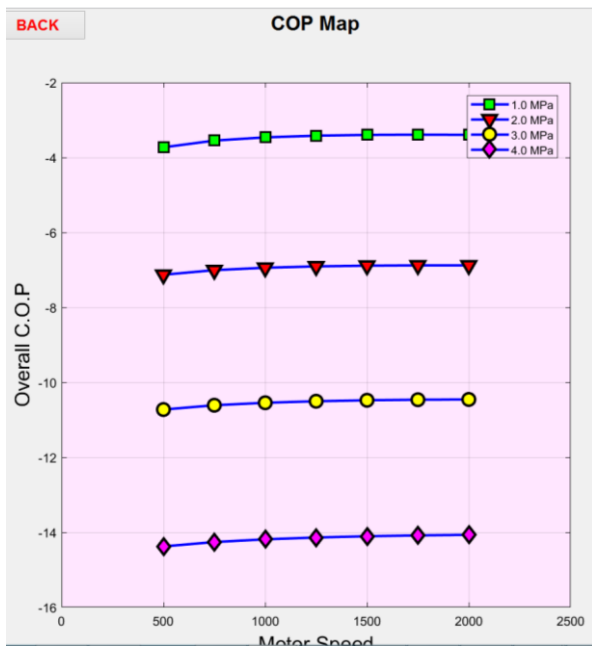


FIGURE 4-17 : DIAGRAMMES VITESSE ; COP

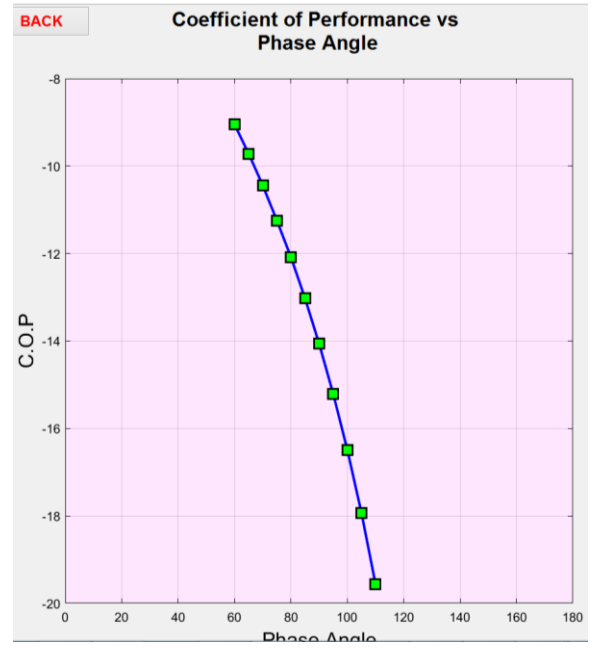


FIGURE 4-19 : DIAGRAMME ANGLE MANIVELLE ; COP

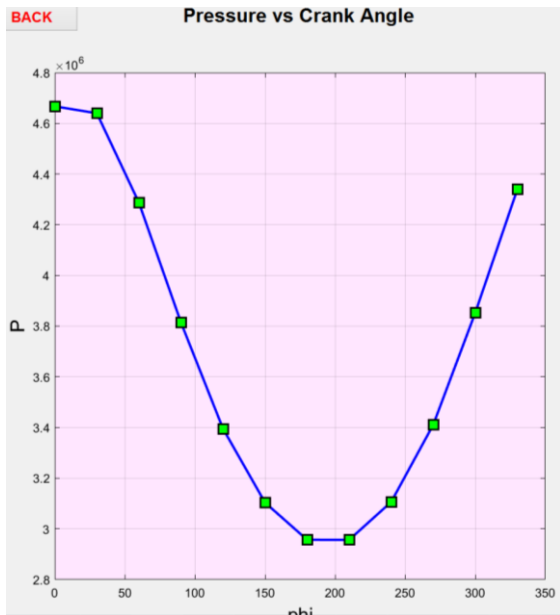


FIGURE 4-20 : DIAGRAMME ANGLE ; PRESSION

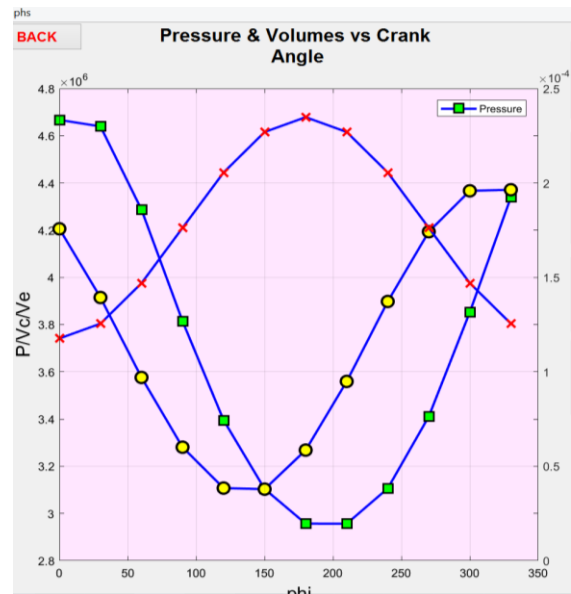


FIGURE 4-21 : DIAGRAMME PRESSION ; VOLUME ; ANGLE

Les figures 4-12 ; 4-13 et 4-14 représentent respectivement la puissance PV prévue du compresseur et du détendeur. En raison d'une redistribution de la masse de fluide dans le refroidisseur, les boucles PV se déplacent pendant plusieurs cycles avant de converger. La puissance PV du compresseur (intégration de la boucle PV) plus les pertes mécanique donne la puissance motrice totale du compresseur. La puissance PV du détendeur (intégration de la boucle PV) moins les pertes d'extenseur mentionnées ci-dessus donne le refroidissement net du refroidisseur.

La figure 4-15 présente la relation entre la vitesse de rotation du système et la puissance requise. On peut y observer l'effet de la résistance au roulement qui nécessite une forte puissance jusqu'à 250 RPM. Cet effet s'estompe autour de 500 RPM il faudra donc prévoir dans la réalité une boîte de vitesse pour ajuster la puissance à la vitesse sinon on risque d'annihiler la rotation impulsée par la partie motrice de la machine.

La figures 4-16 montre l'influence de la vitesse sur le COP et là il est évident que la vitesse de rotation optimale est autour de 1500 RPM qu'elle que soit la pression de fonctionnement. Il faudra donc pour préserver et augmenter la durée de vie de la partie réceptrice prévoir un réducteur de vitesse pour abaisser la vitesse en sortie de la partie motrice à 1500 RPM.

N.B : Dans la littérature en générale, les données expérimentales prenant en compte ce type de configuration ne sont pas accessibles ceci empêche une validation globale de notre modèle et donc reste encore hypothétique jusqu'à ce que des essais confirment ou infirment cette modélisation.

Conclusion

Dans une machine Stirling duplex, le fonctionnement en régime permanent peut être obtenue uniquement lorsque la puissance acoustique dissipée par le piston de puissance est égale à la différence entre les puissances fournies par le moteur et absorbées par le réfrigérateur (partie réceptrice). Cette étude montre que les performances du système sont sensibles à un certain nombre de paramètres tels que la résistance mécanique du piston, la température de chauffage la vitesse de rotation, et le diamètre du piston. De faibles variations de ces paramètres entraînent une déviation significative du déplacement du piston de puissance par rapport à la valeur de consigne, ce qui modifie ultérieurement l'état de fonctionnement du moteur et du réfrigérateur. Par conséquent, le système fonctionne souvent avec des performances inattendues, ce qui peut constituer le principal obstacle à la création et à l'utilisation d'un tel système.

Pour que le déplacement du piston de puissance soit constant, deux Les conditions ont été présentés. Premièrement, la fréquence de travail du système qui varie avec la pression de charge; Par conséquent, il a été démontré que la modification de la pression de charge pourrait aider le système à compenser l'influence des variations des paramètres du système. Deuxièmement, en convertissant l'énergie entre le travail acoustique et l'énergie électrique, un alternateur linéaire peut également garantir le constant déplacement du piston de puissance, en particulier lorsque les paramètres changent instantanément. Ces méthodes peuvent donner au refroidisseur duplex Stirling des résultats de performance fiables. La sensibilité des paramètres du système est identique à celle de la configuration à piston unique. Le réglage de la pression de charge et l'utilisation d'un alternateur linéaire sont également des méthodes applicables pour maintenir le déplacement constant des pistons de puissance dans ce système. Dans cette rédaction, les analyses ont été effectuées de manière individuelle mais examinons également l'influence de chaque paramètre tout en fixant tous les autres paramètres. Dans les applications réelles, il est plus fréquent que plusieurs paramètres s'écartent des valeurs conçues, ce qui rendra le système plus difficile à atteindre. Mais le mécanisme d'influence multi-paramètres est le même que le paramètre unique. Toutefois il reste important que d'autres travaux ultérieurs puissent développer des méthodes complètes afin de donner un aperçu global des machines duplex.

Bibliographie :

- [1] E. Sup, R. S. Universit, D. Bounaama, and K. Miliana, “Etude et réalisation d ’ un moteur Stirling couplé à un concentrateur solaire,” 2015.
- [2] A. K. Jha, “CFD Simulation of a Small Stirling Cryocooler Using Non-Thermal Equilibrium Model National Institute of Technology Rourkela Certificate of approval,” no. May, 2013.
- [3] I. Industriale and D. Energia, “CFD Modeling of a Beta-type Stirling Engine Anno Accademico 2012-2013,” 2013.
- [4] A. R. Tavakolpour-Saleh, S. H. Zare, and H. Bahreman, “A novel active free piston Stirling engine: Modeling, development, and experiment,” *Appl. Energy*, vol. 199, pp. 400–415, 2017.
- [5] I. Urieli et D.M. Berchowitz, *Stirling Cycle Engine analysis*, Taylor & Francis, (1984).
- [6] P. Nika, “Modélisation adiabatique d ’ un moteur Stirling avec.”
- [7] A. Schock, “NODAL ANALYSIS OF STIRLING CYCLE DEVICES This report was prepared as an account of work sponsored by an agency of the United States Government . Neither the United States Government nor any agency Thereof , nor any of their employees , makes any warranty ,” 1978.
- [8] W. Martini, “Stirling Engine Design Manual Conservation and Renewable Energy,” *Methods*, p. 412, 1983.
- [9] J. M. Strauss and R. T. Dobson, “Evaluation of a second order simulation for Sterling engine design and optimisation,” *Energy South. Africa*, vol. 21, no. 2, pp. 17–29, 2010.
- [10] N. C. J. Chen and F. P. Griffin, “A Review of Stirling Engine Mathematical Models,” pp. 1–37, 1983.
- [11] R. W. Dyson, S. D. Wilson, and R. C. Tew, “Review of Computational Stirling Analysis Methods,” no. October 2004, 2018.
- [12] R. C. Tew, R. W. Dyson, S. D. Wilson, and R. Demko, “Overview 2004 of NASA-Stirling convertor CFD model development and regenerator R&D efforts,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 746, no. November 2004, pp. 648–657, 2005.
- [13] M. Ibrahim, “2-D CFD simulation of the heat transfer and fluid dynamics inan experimental model of the hot end of a stirling engine,” 2012.
- [14] M. Ibrahim, “CFD Modeling of Free-Piston Stirling Engines,” no. October, 2001.
- [15] K. Mahkamov, “Biomass Stirling Engine Using,” vol. 128, no. September 2006, 2015.
- [16] J. Szargut, “Journal of Energy Resources Technology,” vol. 122, no. December, p. 2012, 2000.
- [17] K. Mahkamov, “Closure to ‘discussion: “Design improvements to a biomass stirling engine using mathematical analysis and 3D CFD modeling” ’ (2007, ASME J. Energy Resour. Technol., 129, pp. 278, 279, 280),” *J. Energy Resour. Technol. Trans. ASME*, vol. 129, no. 4, pp. 364–365, 2007.
- [18] J. A. Wills, “sTirling Engine Thesis,” p. 12, 2017.
- [19] M. N. Bettaieb, “Le Grade De Docteur Modelisation Du Comportement Mecanique D’Engrenages. Couplages Entre Engrenement Et Elements De Structures Flexibles,” 2006.

- [20] A. Markan, A. Dash, and M. D. Atrey, “Stirlin GUIDE - GRAPHICAL USER INTERFACE FOR DESIGN AND EDUCATION OF STIRLING TYPE MACHINES.”
- [21] M. D. Atrey, S. L. Bapat, and K. G. Narayankhedkar, “Cyclic simulation of Stirling cryocoolers,” *Cryogenics (Guildf.)*, vol. 30, no. 4, pp. 341–347, 1990.
- [22] S. Begot, G. Layes, F. Lanzetta, S. Djetel, and R. Contreau, “Modèle pour conception / optimisation d ‘ un moteur Stirling à pistons libres « mécanique »,” 1816.
- [23] D. J. Shendage, S. B. Kedare, and S. L. Bapat, “Dynamic balancing and experience during the development of a single cylinder Beta-configuration Stirling engine using rhombic drive,” *Energy*, vol. 140, pp. 224–239, 2017.
- [24] R. Li and L. Grosu, “Analyse de l’effet paramétrique pour un cryorefroidisseur Stirling,” *Int. J. Refrig.*, vol. 80, pp. 92–105, 2017.
- [25] A. Caughley, M. Sellier, M. Gschwendtner, and A. Tucker, “A free-piston Stirling cryocooler using metal diaphragms,” *Cryogenics (Guildf.)*, vol. 80, pp. 8–16, 2016.
- [26] N. Zealand, “CFD Modelling of a Diaphragm Stirling Cryocooler,” pp. 1–10.
- [27] J. A. Araoz, M. Salomon, L. Alejo, and T. H. Fransson, “Numerical simulation for the design analysis of kinematic Stirling engines,” *Appl. Energy*, vol. 159, pp. 633–650, 2015.
- [28] M. H. Ahmadi, M. Ahmadi, and F. Pourfayaz, “Thermal models for analysis of performance of Stirling engine : A review,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 68, no. February 2016, pp. 168–184, 2017.
- [29] N. Lanciaux, “Contribution au développement d ‘ un moteur Stirling : De la cogénération dans le bâtiment à l ‘ autonomie énergétique,” 2015.
- [30] H. Karabulut and H. S. Yu, “Nodal analysis of a Stirling engine with concentric piston and displacer,” vol. 31, pp. 2188–2197, 2006.
- [31] J. Boucher, F. Lanzetta, and P. Nika, “Optimization of a dual free piston Stirling engine,” vol. 27, pp. 802–811, 2007.
- [32] J. Boucher, P. Nika, and F. Lanzetta, “Modélisation Thermomécanique d’un moteur Stirling à pistons libres,” 2005.
- [33] S. Begot, G. Layes, F. Lanzetta, P. Nika, L. Prevond, and M. Ruellan, “Modélisation couplée thermique électrique d ‘ un cogénérateur.”

ANNEXES

Annexe 1: Spécification techniques du moteur Stirling de General Motors GPU-3

General

Configuration	Single-cylinder, uniform diameter bore. Rhombic drive crank mechanism
Working fluid(s)	He, H ₂
Rated maximum output	8.95 kW with Hydrogen at 69 bar and 3600 rpm
Bore	69.9 mm
Stroke (piston and displacer)	31.2 mm
Working fluid circuit dimensions	

Heater

Mean tube length	245.3 mm
Length exposed to heat source	77.7 mm
Tube length (cylinder side)	116.4 mm
Tube length (regenerator side)	128.9 mm
Tube inside diameter	3.02 mm
Tube outside diameter	4.83 mm
No. complete tubes per cylinder	40
No. of tube per regenerator	5

Cooler

Tube length	46.1 mm
Length exposed to coolant	35.5 mm
Tube inside diameter	1.08 mm
Tube outside diameter	1.59 mm
No. of tubes per cylinder	312
No. of tubes per regenerator	39

Compression-end connecting ducts

Length	15.9 mm
Duct inside diameter	5.97 mm
No. of ducts per cylinder	8
Cooler end cap	279 mm ³

Regenerators

Housing inside length	22.6 mm
Housing internal diameter	22.6 mm
No. regenerators per cylinder	8
Mesh material	Stainless steel
Mesh no.	7.9 wires/mm
Wire diameter	0.04 mm
No. of layers	308
Porosity	70%
Screen-to-screen rotation	5°

Drive mechanism

Crank eccentricity, r	13.8 mm
Connecting rod length, l	46.0 mm
Désaxé offset, e	20.8 mm
Linear expansion space clearance	1.63 mm
Linear compression space clearance	0.3 mm
Minimum working space volume	232 350 mm ³

Received 30 April 2009; revised 16 April 2010

Annexes 2: Scripts Programmes "Matlab"

```
% sea (Stirling engine analysis) - main program
%Israel Urieli 7/20/02

clc;
clear all;
%define a specific engine
define;
choice = 'x';
while(~strncmp(choice,'q',1))
    fprintf('Choose simulation:\n');
    choice = input('a)diabatic, s)imple q)uit:
', 's');
    if(strncmp(choice,'a',1))
        [var,dvar] = adiabatic;
    elseif(strncmp(choice,'s',1))
        [var,dvar] = simple;
    end
end
fprintf('quitting simulation...\n');
```

```
*****
```

```
function define
```

```

% define the stirling engine geometric
% and operational parameters
% Israel Urieli 4/1/02 (April Fool's Day)
% Modified 2/12/2010 to include no-matrix
regenerator awgr0
% Modified 7/10/2016 to include betadrive engine
type
clc;
clear all;
% The set of global variables defined are:
% engine
global engine_type % s)inusoidal, y)oke r)ockerV,
b)etadrive
global vclc vcle % compression,expansion clearance
vols [m^3]
global vswc vswe % compression, expansion swept
volumes [m^3]
global alpha % phase angle advance of expansion
space [radians]
global b1 % Ross yoke length (1/2 yoke base) [m]
global b2 % Ross yoke height [m]
global crank % crank radius [m]
global dcomp dexp % diameter of
compression/expansion pistons [m]
global acomp aexp % area of compression/expansion
pistons [m^2]
global ymin % minimum yoke vertical displacement [m]
global conrodc conrode % length of comp/exp piston
connecting rods [m]
global ycmay yemay % maximum comp/exp piston
vertical displacement [m]
% heatex/cooler
global vk % cooler void volume [m^3]
global ak % cooler internal free flow area [m^2]
global awgk % cooler internal wetted area [m^2]
global dk % cooler hydraulic diameter [m]
global lk % cooler effective length [m]
% heatex/heater
global vh % heater void volume [m^3]
global ah % heater internal free flow area [m^2]
global awgh % heater internal wetted area [m^2]

```

```

global dh % heater hydraulic diameter [m]
global lh % heater effective length [m]
% heatex/regenerator
global lr % regenerator effective length [m]
global cqwr % regenerator housing thermal
conductance [W/K]
global matrix_type % mesh f)oil n}o matrix
global vr % regen void volume [m^3]
global ar % regen internal free flow area [m^2]
global awgr0 % no matrix regenerator wetted area
[m^2]
global awgr % regen internal wetted area [m^2]
global dr % regen hydraulic diameter [m]
% gas
global rgas % gas constant [J/kg.K]
global cp % specific heat capacity at constant
pressure [J/kg.K]
global cv % specific heat capacity at constant
volume [J/kg.K]
global gama % ratio: cp/cv
global mu0 % dynamic viscosity at reference temp t0
[kg.m/s]
global t0 t_suth % reference temp. [K], Sutherland
constant [K]
global prandtl % Prandtl number
% operat
global pmean % mean (charge) pressure [Pa]
global tk tr th % cooler, regenerator, heater
temperatures [K]
global freq omega % cycle frequency [herz], [rads/s]
global mgas % total mass of gas in engine [kg]
% new data file
global new fid

new = input('Create a new data file? (y/n)', 's');
if strncmp(new, 'y', 1)
    filename = input('enter new filename: ', 's');
    fid = fopen(filename, 'w');
else
    fid = 0;
    while fid < 1
        filename = input('open filename: ', 's');

```

```

        [fid, message] = fopen(filename, 'r');
    if fid == -1
        display(message)
        display('press ^C to exit')
    end
end
end
engine
heatex
gas
operat
status = fclose(fid);

*****

function engine
% Define engine configuration and drive geometric
parameters.
% Israel Urieli 4/14/02
% Modified 6/14/2016 to include Beta free piston
engine

global engine_type % s)inusoidal, y)oke r)ocker-V,
b)etadrive
global new fid % new data file

engine_type = 'u';
while(strncmp(engine_type, 'u', 1))
    if(strncmp(new, 'y', 1))
        fprintf('Type de moteur disponibles:\n');
        fprintf('    s)inusoidal drive\n');
        fprintf('    y)oke moteur type ALPHA
(Ross)\n');
        fprintf('    r)ocker-V moteur type ALPHA
drive (Ross)\n');

```

```

        fprintf('    b)eta drive Moteur type BETA
(piston libre) \n');
        engine_type = input('Entrer le type de
moteur ','s');
        fprintf(fid, '%c\n', engine_type(1));
    else
        engine_type = fscanf(fid, '%c',1);
    end
    if(strncmp(engine_type,'s',1))
        sindrive;
    elseif(strncmp(engine_type,'y',1))
        yokedrive;
    elseif(strncmp(engine_type,'r',1))
        rockerVdrive;
    elseif(strncmp(engine_type,'b',1))
        betadrive;
    else
        fprintf('Le type de moteur est indefini\n')
        engine_type = 'u';
    end
end
end
=====
=====
function sindrive
% Sinusoidal drive engine configuration
% Israel Urieli 4/14/02

global vclc vcle % compression,expansion clearence
vols [m^3]
global vswc vswe % compression, expansion swept
volumes [m^3]
global alpha % phase angle advance of expansion
space [radians]
global new fid % new data file

fprintf('sinusoidal drive engine configuration\n')
if(strncmp(new,'y',1))
    vclc = input('enter compression space clearence
volume [m^3]: ');
    vswc = input('enter compression space swept
volume [m^3]: ');

```

```

        vclc = input('enter expansion space clearance
volume [m^3]: ');
        vswe = input('enter expansion space swept volume
[m^3]: ');
        phase = input('enter expansion phase angle
advance [degrees]: ');
        fprintf(fid, '%.3e\n', vclc);
        fprintf(fid, '%.3e\n', vswe);
        fprintf(fid, '%.3e\n', vclc);
        fprintf(fid, '%.3e\n', vswe);
        fprintf(fid, '%.1f\n', phase);
else
        vclc = fscanf(fid, '%e', 1);
        vswe = fscanf(fid, '%e', 1);
        vclc = fscanf(fid, '%e', 1);
        vswe = fscanf(fid, '%e', 1);
        phase = fscanf(fid, '%f', 1);
end
fprintf('\nsinusoidal drive engine data
summary:\n');
fprintf(' comp clearance,swept vols %.1f, %.1f
[cm^3]\n', vclc*1e6,vswe*1e6);
fprintf(' exp clearance,swept vols %.1f, %.1f
[cm^3]\n', vclc*1e6,vswe*1e6);
fprintf(' expansion phase angle advance
%.1f[degrees]\n', phase);
alpha = phase * pi/180;
%=====
=====
function yokedrive
% Ross yoke drive engine configuration
% Israel Urieli 4/14/02

global vclc vcle % compression,expansion clearance
vols [m^3]
global vswe vswe % compression, expansion swept
volumes [m^3]
global alpha % phase angle advance of expansion
space [radians]
global b1 % Ross yoke length (1/2 yoke base) [m]
global b2 % Ross yoke height [m]
global crank % crank radius [m]

```

```

global dcomp dexp % diameter of
compression/expansion pistons [m]
global acomp aexp % area of compression/expansion
pistons [m^2]
global ymin % minimum yoke vertical displacement [m]
global new fid % new data file

fprintf('Ross yoke drive engine configuration\n');
if(strncmp(new,'y',1))
    vclc = input('enter compression space clearance
volume [m^3]: ');
    vcle = input('enter expansion space clearance
volume [m^3]: ');

    b1 = input('enter Ross yoke length b1 (1/2 yoke
base) [m]: ');
    b2 = input('enter Ross yoke height b2 [m]: ');
    crank = input('enter crank radius [m]: ');

    dcomp = input('enter compression piston diameter
[m]: ');
    dexp = input('enter expansion piston diameter
[m]: ');

    fprintf(fid, '%.3e\n', vclc);
    fprintf(fid, '%.3e\n', vcle);
    fprintf(fid, '%.3e\n', b1);
    fprintf(fid, '%.3e\n', b2);
    fprintf(fid, '%.3e\n', crank);
    fprintf(fid, '%.3e\n', dcomp);
    fprintf(fid, '%.3e\n', dexp);
else
    vclc = fscanf(fid, '%e',1);
    vcle = fscanf(fid, '%e',1);
    b1 = fscanf(fid, '%e',1);
    b2 = fscanf(fid, '%e',1);
    crank = fscanf(fid, '%e',1);
    dcomp = fscanf(fid, '%e',1);
    dexp = fscanf(fid, '%e',1);
end
acomp = pi*dcomp^2/4.0;
aexp = pi*dexp^2/4.0;

```

```

yoke = sqrt(b1^2 + b2^2);
ymax = sqrt((yoke + crank)^2 - b2^2);
ymin = sqrt((yoke - crank)^2 - b2^2);

vswc = acomp*(ymax - ymin);
vswe = aexp*(ymax - ymin);
thmaxe = asin(ymax/(yoke + crank));
thmaxc = pi - thmaxe;
thmine = pi + asin(ymin/(yoke - crank));
thminc = 3*pi - thmine;
alpha = 0.5*(thmaxc - thmaxe) + 0.5*(thminc -
thmine);
phase = alpha*180/pi;

fprintf('\nRoss yoke drive engine data summary:\n');
fprintf(' yoke length b1 (1/2 yoke base) %.1f
[mm]\n', b1*1e3);
fprintf(' yoke height b2 %.1f [mm]\n', b2*1e3);
fprintf(' crank radius %.1f [mm]\n', crank*1e3);
fprintf(' compression piston diameter %.1f [mm]\n',
dcomp*1e3);
fprintf(' expansion piston diameter %.1f [mm]\n',
dexp*1e3);
fprintf(' comp clearence,swept vols %.1f, %.1f
[cm^3]\n', vclc*1e6,vswc*1e6);
fprintf(' exp clearence,swept vols %.1f, %.1f
[cm^3]\n', vcle*1e6,vswe*1e6);
fprintf(' ymin = %.1f(cm), ymax =
%.1f(cm)\n',ymin*1e2,ymax*1e2)
fprintf(' alpha = %.1f(degrees)\n',phase);
%=====
=====
function rockerVdrive
% Ross rocker-V drive engine configuration
% Israel Urieli 4/14/02 & Martine Long 2/14/05

global vclc vcle % compression,expansion clearence
vols [m^3]
global vswc vswe % compression, expansion swept
volumes [m^3]
global alpha % phase angle advance of expansion
space [radians]

```

```

global crank % crank radius [m]
global dcomp dexp % diameter of
compression/expansion pistons [m]
global acomp aexp % area of compression/expansion
pistons [m^2]
global conrodc conrode % length of comp/exp piston
connecting rods [m]
global ycmay yemay % maximum comp/exp piston
vertical displacement [m]
global new fid % new data file

fprintf('Ross rocker-V drive engine
configuration\n');
if(strncmp(new,'y',1))
    vclc = input('enter compression space clearance
volume [m^3]: ');
    vcle = input('enter expansion space clearance
volume [m^3]: ');
    crank = input('enter crank radius [m]: ');
    conrodc = input('enter compression piston
connecting rod length [m]: ');
    conrode = input('enter expansion piston
connecting rod length [m]: ');
    dcomp = input('enter compression piston diameter
[m]: ');
    dexp = input('enter expansion piston diameter
[m]: ');
    phase = input('enter expansion phase angle
advance [degrees]: ');

    fprintf(fid, '%.3e\n', vclc);
    fprintf(fid, '%.3e\n', vcle);
    fprintf(fid, '%.3e\n', crank);
    fprintf(fid, '%.3e\n', conrodc);
    fprintf(fid, '%.3e\n', conrode);
    fprintf(fid, '%.3e\n', dcomp);
    fprintf(fid, '%.3e\n', dexp);
    fprintf(fid, '%.1f\n', phase);
else
    vclc = fscanf(fid, '%e', 1);
    vcle = fscanf(fid, '%e', 1);
    crank = fscanf(fid, '%e', 1);

```

```

        conrodc = fscanf(fid, '%e', 1);
        conrode = fscanf(fid, '%e', 1);
        dcomp = fscanf(fid, '%e', 1);
        dexp = fscanf(fid, '%e', 1);
        phase = fscanf(fid, '%f', 1);
end
acomp = pi*dcomp^2/4.0;
aexp = pi*dexp^2/4.0;
ycmax = conrodc + crank;
ycmin = conrodc - crank;
yemax = conrode + crank;
yemin = conrode - crank;
vswc = acomp*(ycmax - ycmin);
vswe = aexp*(yemax - yemin);

fprintf('\nRoss rocker-V drive engine data
summary:\n');
fprintf(' crank radius %.1f [mm]\n', crank*1e3);
fprintf(' compression piston connecting rod length
%.1f [mm]\n', conrodc*1e3);
fprintf(' expansion piston connecting rod length
%.1f [mm]\n', conrode*1e3);
fprintf(' compression piston diameter %.1f [mm]\n',
dcomp*1e3);
fprintf(' expansion piston diameter %.1f [mm]\n',
dexp*1e3);
fprintf(' comp clearance,swept vols %.1f, %.1f
[cm^3]\n', vclc*1e6, vswc*1e6);
fprintf(' exp clearance,swept vols %.1f, %.1f
[cm^3]\n', vcle*1e6, vswe*1e6);
fprintf(' COMPRESSION ymin = %.1f(cm), ymax =
%.1f(cm)\n', ycmin*1e2, ycmax*1e2)
fprintf(' EXPANSION ymin = %.1f(cm), ymax =
%.1f(cm)\n', yemin*1e2, yemax*1e2)
fprintf(' expansion phase angle advance
%.1f[degrees]\n', phase);
alpha = phase * pi/180;
%=====
=====
function betadrive
% Free piston Beta drive engine configuration
(assume sinusoidal motion)

```

```

% Israel Urieli 1/22/08

global vclc vcle % compression, expansion clearance
vols [m^3]
global vswc vswe % compression, expansion swept
volumes [m^3]
global alpha % phase angle advance of expansion
space [radians]
global new fid % new data file

fprintf('beta drive engine configuration\n')
if(strncmp(new, 'y', 1))
    xpa = input('enter piston amplitude (m): ');
    xda = input('enter displacer amplitude (m): ');
    phid = input('enter displacer phase angle
advance [degrees]: ');
    dp = input('enter piston diameter (m): ');
    dd = input('enter displacer diameter (m): ');
    dr = input('enter displacer rod diameter (m):
');
    vclc = input('enter compression space clearance
volume [m^3]: ');
    vcle = input('enter expansion space clearance
volume [m^3]: ');

    fprintf(fid, '%.3e\n', xpa);
    fprintf(fid, '%.3e\n', xda);
    fprintf(fid, '%.1f\n', phid);
    fprintf(fid, '%.3e\n', dp);
        fprintf(fid, '%.3e\n', dd);
        fprintf(fid, '%.3e\n', dr);
        fprintf(fid, '%.3e\n', vclc);
    fprintf(fid, '%.3e\n', vcle);
else
    xpa = fscanf(fid, '%e', 1);
    xda = fscanf(fid, '%e', 1);
    phid = fscanf(fid, '%f', 1);
    dp = fscanf(fid, '%e', 1);
        dd = fscanf(fid, '%e', 1);
        dr = fscanf(fid, '%e', 1);
        vclc = fscanf(fid, '%e', 1);
    vcle = fscanf(fid, '%e', 1);

```

```

end

ap = pi*dp*dp/4; % piston area (m^2)
ad = pi*dd*dd/4; % displacer area (m^2)
ar = pi*dr*dr/4; % displacer rod area (m^2)
vpa = xpa*(ap - ar); % (piston - rod) volume
amplitude {m^3}
vda = xda*(ad - ar); % (displacer - rod) volume
amplitude(m^3)
vea = xda*ad; % displacer volume amplitude {m^3}
phi = phid*pi/180; % radians

delta = atan2(vda*sin(phi), (vda*cos(phi) - vpa));
% compression space volume to piston amplitude
phase advance
vca = sqrt(vpa*vpa - 2*vpa*vda*cos(phi) + vda*vda);
% compression space volume amplitude (m^3)

vswc = 2*vca; % compression space swept volume (m^3)
vswe = 2*vea; % expansion space swept volume (m^3)
alpha = pi + phi - delta; % expansion phase angle
advance (radians)
vswc = 114.13*1e-6;
vswe = 120.82*1e-6;

fprintf('\nbeta drive engine data summary:\n');
fprintf(' comp clearance,swept vols %.1f, %.1f
[cm^3]\n', vclc*1e6,vswc*1e6);
fprintf(' exp clearance,swept vols %.1f, %.1f
[cm^3]\n', vcle*1e6,vswe*1e6);
fprintf(' expansion phase angle advance
%.1f[degrees]\n\n', alpha*180/pi);
%=====
=====

*****

```

```

function [var,dvar] = adiab
% ideal adiabatic model simulation
% Israel Urieli, 7/6/2002
% Returned values:
%   var(22,37) array of variable values every 10
degrees (0 - 360)
%   dvar(16,37) array of derivatives every 10
degrees (0 - 360)

global tk th % cooler, heater temperatures [K]

% Row indices of the var, dvar matrices, and the
y,dy variable vectors:
TC = 1; % Compression space temperature (K)
TE = 2; % Expansion space temperature (K)
QK = 3; % Heat transferred to the cooler (J)
QR = 4; % Heat transferred to the regenerator (J)
QH = 5; % Heat transferred to the heater (J)
WC = 6; % Work done by the compression space (J)
WE = 7; % Work done by the expansion space (J)
W = 8; % Total work done (WC + WE) (J)
P = 9; % Pressure (Pa)
VC = 10; % Compression space volume (m^3)
VE = 11; % Expansion space volume (m^3)
MC = 12; % Mass of gas in the compression space
(kg)
MK = 13; % Mass of gas in the cooler (kg)
MR = 14; % Mass of gas in the regenerator (kg)
MH = 15; % Mass of gas in the heater (kg)
ME = 16; % Mass of gas in the expansion space (kg)
TCK = 17; % Conditional temperature compression
space / cooler (K)
THE = 18; % Conditional temperature heater /
expansion space (K)
GACK = 19; % Conditional mass flow compression
space / cooler (kg/rad)
GAKR = 20; % Conditional mass flow cooler /
regenerator (kg/rad)
GARH = 21; % Conditional mass flow regenerator /
heater (kg/rad)

```

```

GAHE = 22; % Conditional mass flow heater /
expansion space (kg/rad)
% Size of var(ROWV,COL), y(ROWV), dvar(ROWD,COL),
dy(ROWD)
ROWV = 22; % number of rows in the var matrix
ROWD = 16; % number of rows in the dvar matrix
COL = 37; % number of columns in the matrices
(every 10 degrees)
%=====
=====
fprintf('====Ideal Adiabatic
Analysis====\n')
fprintf('Cooler Tk = %.1f[K], Heater Th =
%.1f[K]\n', tk, th);
epsilon = 1; % Allowable error in temperature (K)
max_iteration = 20; % Maximum number of iterations
to convergence
ninc = 360; % number of integration increments
(every degree)
step = ninc/36; % for saving values in var, dvar
matrices
dtheta = 2.0*pi/ninc; % integration increment
(radians)
% Initial conditions:
y(THE) = th;
y(TCK) = tk;
y(TE) = th;
y(TC) = tk;
iter = 0;
terror = 10*epsilon; % Initial error to enter the
loop
% Iteration loop to cyclic convergence
while ((terror >= epsilon)&(iter < max_iteration))
% cyclic initial conditions
    tc0 = y(TC);
    te0 = y(TE);
    theta = 0;
    y(QK) = 0;
    y(QR) = 0;
    y(QH) = 0;
    y(WC) = 0;

```

```

    y(WE) = 0;
    y(W) = 0;
    fprintf('iteration %d: Tc = %.1f[K], Te =
%.1f[K]\n', iter, y(TC), y(TE))
    for(i = 1:1:ninc)
        [theta, y, dy] =
rk4('dadiab', 7, theta, dtheta, y);
    end
    terror = abs(tc0 - y(TC)) + abs(te0 - y(TE));
    iter = iter + 1;
end

if (iter >= max_iteration)
    fprintf('No convergence within %d
iteration\n', max_iteration)
end

% Initial var and dvar matrix
var = zeros(22, 37);
dvar = zeros(16, 37);

% a final cycle, to fill the var, dvar matrices
theta=0;
y(QK)=0;
y(QR)=0;
y(QH)=0;
y(WC)=0;
y(WE)=0;
y(W)=0;
[var, dvar] = filmatrix(1, y, dy, var, dvar);
for(i = 2:1:COL)
    for(j = 1:1:step)
        [theta, y, dy] =
rk4('dadiab', 7, theta, dtheta, y);
    end
    [var, dvar] = filmatrix(i, y, dy, var, dvar);
end

```

```
*****
```

```
function [y,dy] = dadiab(theta,y)
% Evaluate ideal adiabatic model derivatives
% Israel Urieli, 7/6/2002
% Arguments:  theta - current cycle angle [radians]
%             y(22) - vector of current variable
values
% Returned values:
%             y(22) - updated vector of current
variables
%             dy(16) vector of current derivatives
% Function invoked : volume.m

% global variables used from "define" functions
global vk % cooler void volume [m^3]
global vr % regen void volume [m^3]
global vh % heater void volume [m^3]
global rgas % gas constant [J/kg.K]
global cp % specific heat capacity at constant
pressure [J/kg.K]
global cv % specific heat capacity at constant
volume [J/kg.K]
global gama % ratio: cp/cv
global mgas % total mass of gas in engine [kg]
global tk tr th % cooler, regen, heater temperatures
[K]

% Indices of the y, dy vectors:
TC = 1; % Compression space temperature (K)
TE = 2; % Expansion space temperature (K)
QK = 3; % Heat transferred to the cooler (J)
QR = 4; % Heat transferred to the regenerator (J)
QH = 5; % Heat transferred to the heater (J)
WC = 6; % Work done by the compression space (J)
WE = 7; % Work done by the expansion space (J)
W = 8; % Total work done (WC + WE) (J)
P = 9; % Pressure (Pa)
VC = 10; % Compression space volume (m^3)
```

```

VE = 11; % Expansion space volume (m^3)
MC = 12; % Mass of gas in the compression space
(kg)
MK = 13; % Mass of gas in the cooler (kg)
MR = 14; % Mass of gas in the regenerator (kg)
MH = 15; % Mass of gas in the heater (kg)
ME = 16; % Mass of gas in the expansion space (kg)
TCK = 17; % Conditional temperature compression
space / cooler (K)
THE = 18; % Conditional temperature heater /
expansion space (K)
GACK = 19; % Conditional mass flow compression
space / cooler (kg/rad)
GAKR = 20; % Conditional mass flow cooler /
regenerator (kg/rad)
GARH = 21; % Conditional mass flow regenerator /
heater (kg/rad)
GAHE = 22; % Conditional mass flow heater /
expansion space (kg/rad)
%=====
=====

% Volume and volume derivatives:
[y(VC),y(VE),dy(VC),dy(VE)] = volume(theta);

% Pressure and pressure derivatives:
vot = vk/tk + vr/tr + vh/th;
y(P) = (mgas*rgas/(y(VC)/y(TC) + vot +
y(VE)/y(TE)));
top = -y(P)*(dy(VC)/y(TCK) + dy(VE)/y(THE));
bottom = (y(VC)/(y(TCK)*gama) + vot +
y(VE)/(y(THE)*gama));
dy(P) = top/bottom;

% Mass accumulations and derivatives:
y(MC) = y(P)*y(VC)/(rgas*y(TC));
y(MK) = y(P)*vk/(rgas*tk);
y(MR) = y(P)*vr/(rgas*tr);
y(MH) = y(P)*vh/(rgas*th);
y(ME) = y(P)*y(VE)/(rgas*y(TE));
dy(MC) = (y(P)*dy(VC) +
y(VC)*dy(P)/gama)/(rgas*y(TCK));

```

```

dy(ME) = (y(P)*dy(VE) +
y(VE)*dy(P)/gama)/(rgas*y(THE));
dpop = dy(P)/y(P);
dy(MK) = y(MK)*dpop;
dy(MR) = y(MR)*dpop;
dy(MH) = y(MH)*dpop;

% Mass flow between cells:
y(GACK) = -dy(MC);
y(GAKR) = y(GACK) - dy(MK);
y(GAHE) = dy(ME);
y(GARH) = y(GAHE) + dy(MH);

% Conditional temperatures between cells:
y(TCK) = tk;
if(y(GACK)>0)
    y(TCK) = y(TC);
end
y(THE) = y(TE);
if(y(GAHE)>0)
    y(THE) = th;
end

% 7 derivatives to be integrated by rk4:
% Working space temperatures:
dy(TC) = y(TC)*(dpop + dy(VC)/y(VC) -
dy(MC)/y(MC));
dy(TE) = y(TE)*(dpop + dy(VE)/y(VE) -
dy(ME)/y(ME));

% Energy:
dy(QK) = vk*dy(P)*cv/rgas - cp*(y(TCK)*y(GACK) -
tk*y(GAKR));
dy(QR) = vr*dy(P)*cv/rgas - cp*(tk*y(GAKR) -
th*y(GARH));
dy(QH) = vh*dy(P)*cv/rgas - cp*(th*y(GARH) -
y(THE)*y(GAHE));
dy(WC) = y(P)*dy(VC);
dy(WE) = y(P)*dy(VE);

% Net work done:
dy(W) = dy(WC) + dy(WE);

```

$y(W) = y(WC) + y(WE);$

```
function [x, y, dy] = rk4(deriv,n,x,dx,y)
%Classical fourth order Runge-Kutta method
%Integrates n first order differential equations
%dy(x,y) over interval x to x+dx
%Israel Urieli - Jan 21, 2002
x0 = x;
y0 = y;

[y,dy1] = feval(deriv,x0,y);
for i = 1:n
    y(i) = y0(i) + 0.5*dx*dy1(i);
end
xm = x0 + 0.5*dx;
[y,dy2] = feval(deriv,xm,y);
for i = 1:n
    y(i) = y0(i) + 0.5*dx*dy2(i);
end
[y,dy3] = feval(deriv,xm,y);
for i = 1:n
    y(i) = y0(i) + dx*dy3(i);
end
x = x0 + dx;
[y,dy] = feval(deriv,x,y);
for i = 1:n
    dy(i) = (dy1(i) + 2*(dy2(i) + dy3(i)) +
dy(i))/6;
    y(i) = y0(i) + dx*dy(i);
end
```